

THÉORÈME DES VALEURS INTERMÉDIAIRES (BAC ES)

1) L'équation $\frac{2x+3}{x+1} = x^2$ équivaut à $\frac{2x+3}{x+1} - x^2 = 0$

Posons $f(x) = \frac{2x+3}{x+1} - x^2$.

Puisque $(x+1) \neq 0$ pour tout x de I , f est définie et continue sur I .

$f'(x) = \frac{2(x+1) - (2x+3)}{(x+1)^2} - 2x = \frac{-1}{(x+1)^2} - 2x$ est strictement négative sur $[1 ; 2]$ comme somme de deux fonctions strictement négatives.

Par ailleurs, $f(1) = \frac{3}{2}$; $f(2) = \frac{-5}{3}$.

On en déduit le tableau de variations de f sur I :

x	1	2
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$\frac{-5}{3}$



Donc f est continue, strictement décroissante sur $[1 ; 2]$ et change de signe sur cet intervalle.

L'équation $\frac{2x+3}{x+1} = x^2$ admet donc une unique solution sur I .

2) Une valeur approchée à 10^{-3} près de cette solution est 1,547.