QCM GÉOMETRIE DANS L'ESPACE – BAC S CENTRES ÉTRANGERS 2013

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :
les points $A\,(12;0;0)$, $B\,(0;-15;0)$, $C\,(0;0;20)$, $D\,(2;7;-6)$, $E\,(7;3;-3)$;
le plan P d'équation cartésienne : $2x + y - 2z - 5 = 0$.

AFFIRMATION 1
Une équation cartésienne du plan P' parallèle à P et passant par A est :
$2x + y + 2z - 24 = 0$.

FAUX : On peut facilement calculer que le point $Z\left(0;0;-\dfrac{29}{2}\right)$ appartient à la fois à P et P'.
L'équation correcte de P' est en fait $2x + y - 2z - 24 = 0$.

AFFIRMATION 2
Une représentation paramétrique de la droite (AC) est :

$$\begin{cases} x = 9 - 3t \\ y = 0 \qquad\qquad t \in \mathbf{R} \\ z = 5 + 5t \end{cases}$$

VRAI : On vérifie aisément que les coordonnées de A et C sont solutions du système précédent pour respectivement $t = -1$ et $t = 3$.

AFFIRMATION 3
La droite (DE) et le plan P ont au moins un point commun.

FAUX : Des coordonnées de D et E on déduit celles du vecteur $\overrightarrow{DE}$: $\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

En utilisant les coordonnées de D, on détermine une représentation paramétrique de la droite (DE) :

$$\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 7 + 4t \qquad t \in \mathbf{R} \\ z = -6 - 3t \end{cases}$$

On substitue dans l'équation cartésienne du plan P :
$2(2 - 5t) + (7 + 4t) - 2(-6 - 3t) - 5 = 0$, ce qui aboutit au résultat impossible : $0t + 18 = 0$.

AFFIRMATION 4
La droite (DE) est orthogonale au plan P.

FAUX : De ce qui précède, on déduit que la droite (DE) est parallèle au plan P.