# PROBABILITÉS : ÉVÉNEMENTS INDÉPENDANTS – BAC S CENTRES ÉTRANGERS 2009

**1)**

**1.a)** $p(B\cap A)+p(B\cap\overline{A})=p(B)\times p_B(A)+p(B)\times p_B(\overline{A})=p(B)\times[p_B(A)+p_B(\overline{A})]$
En remarquant que $p_B(A)+p_B(\overline{A})=1$, on obtient $p(B\cap A)+p(B\cap\overline{A})=p(B)$.

**1.b)** Si les événements A et B sont indépendants, alors
$p(B)=p(B\cap A)+p(B\cap\overline{A})=p(B)\times p(A)+p(B\cap\overline{A})$
$\Rightarrow p(B\cap\overline{A})=p(B)-p(B)\times p(A)=p(B)\times[1-p(A)]=p(B)\times p(\overline{A})$,
ce qui exprime une condition nécessaire et suffisante pour que B et $\overline{\text{A}}$ soient indépendants.

**2)**

**2.a)** R et S sont indépendants donc d'après la question précédente $\overline{R}$ et S le sont aussi. La probabilité qu'ils surviennent ensemble le même jour est donnée par
$p(\overline{R}\cap S)=p(\overline{R})\times p(S)=(1-p(R))\times p(S)=0,9\times 0,05=0,045$.

**2.b)** Pour que Stéphane soit à l'heure un jour de classe donné, il faut qu'il entende son réveil sonner **et** que son scooter ne tombe pas en panne. Autrement dit, il faut que les événements $\overline{\text{R}}$ et $\overline{\text{S}}$ surviennent ensemble le même jour, ce qui se traduit en terme de probabilité par $p(\overline{R}\cap\overline{S})=p(\overline{R})\times p(\overline{S})=(1-0,1)(1-0,05)=0,9\times 0,85=0,855$.

**2.c)** Soit $X$ la variable aléatoire qui représente le nombre de fois où Stéphane entend le réveil sonner au cours d'une semaine. $X$ suit la loi binomiale $p(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$
avec $n=5$, $0\leq k\leq 5$ et $p=p(\overline{R})=0,9$. La probabilité $P$ que Stéphane entende le réveil au moins quatre fois au cours de la semaine est égale à la somme de la probabilité qu'il l'entende exactement 4 fois et de celle qu'il l'entende exactement 5 fois. Soit :
$P=p(X=4)+p(X=5)=\binom{5}{4}\times 0,9^4\times 0,1^1+\binom{5}{5}\times 0,9^5\times 0,1^0=5\times 0,9^4\times 0,1+0,9^5$, soit finalement $P=0,9185$.