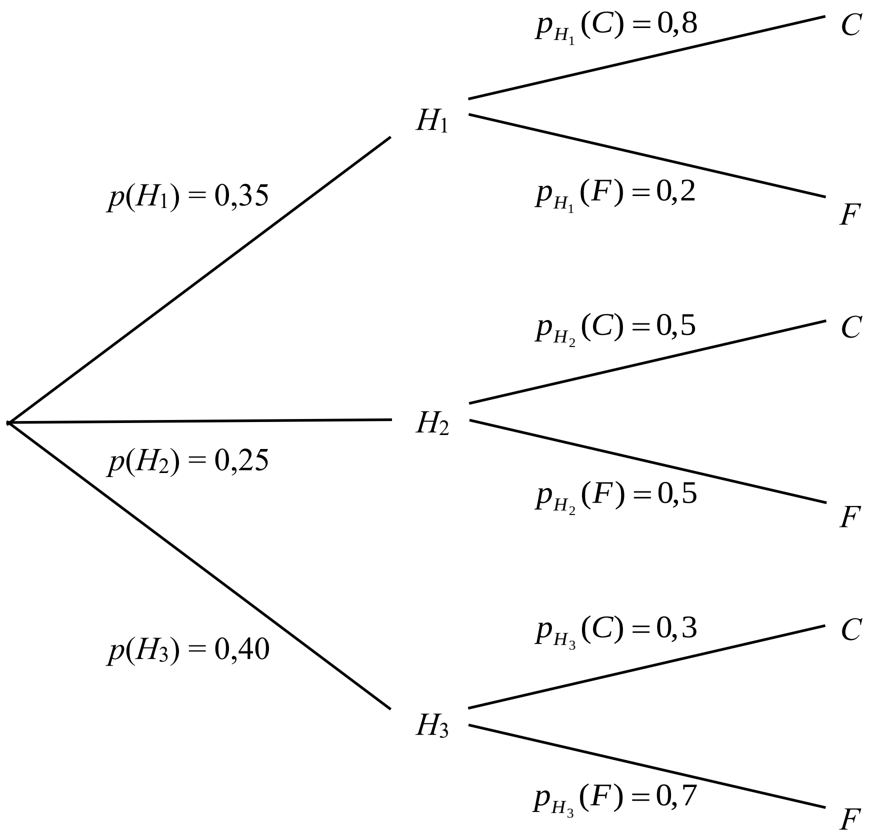
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES – ARBRE PONDÉRÉ

1)

1.a) Arbre pondéré décrivant la situation :



1.b) La probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté à l'horticulteur H_3 est $p(H_3 \cap C) = p(H_3) \times p_{H_3}(C) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$.

1.c) La probabilité de choisir un conifère est la somme des probabilités que ce conifère provienne d'un horticulteur donné :
$p(C) = p(H_1) \times p_{H_1}(C) + p(H_2) \times p_{H_2}(C) + p(H_3) \times p_{H_3}(C)$ soit :
$p(C) = 0,35 \times 0,8 + 0,25 \times 0,5 + 0,4 \times 0,3 = 0,28 + 0,125 + 0,12 = 0,525$

1.d) La probabilité que le conifère choisi ait été acheté chez H_1 est :

$$p_C H_1 = \frac{p(H_1) \times p_{H_1}(C)}{p(C)} = \frac{0,35 \times 0,8}{0,525} = 0,533.$$

2)

2.a) Le choix d'un conifère ou d'un feuillu dans le stock d'arbres correspond à une épreuve de Bernouilli. La probabilité $p(X)$ d'obtenir X conifères après n épreuves obéit à la loi binomiale $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ avec dans le cas présent $n = 10$, $0 \leq k \leq 10$ et $p = p(C) = 0,525$, soit : $p(X = k) = \binom{10}{k} 0,525^k (1 - 0,525)^{10-k}$ avec $0 \leq k \leq 10$.

2.b) La probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères est donnée par :

$$p(X=5)=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}0{,}525^5(1-0{,}525)^5=252\times 0{,}525^5\times 0{,}475^5=0{,}243.$$

2.c) La probabilité que l'échantillon comporte au moins deux feuillus est donnée par

$$1-p(X=9)-p(X=10)=1-\begin{pmatrix}10\\9\end{pmatrix}0{,}525^9(1-0{,}525)^1-\begin{pmatrix}10\\10\end{pmatrix}0{,}525^{10}(1-0{,}525)^0=0{,}533.$$

Errata : Il y a une erreur au niveau du résultat final qui est **0,984** au lieu de 0,533.