LOI BINOMIALE – BAC ES CENTRES ÉTRANGERS 2009

PREMIERE PARTIE

1) La probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la collection présente les deux défauts est :
$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0{,}2 + 0{,}1 - 0{,}25 = 0{,}05$.

2) Si les événements A et B étaient indépendants, on devrait avoir :
$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0{,}2 \times 0{,}1 = 0{,}02$. Ce résultat est contradictoire avec la valeur de 0,05 trouvée ci-dessus. Donc A et B ne sont pas des événements indépendants.

3) La probabilité qu'une pièce ne présente aucun des deux défauts est
$p\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$.

4) Il s'agit de calculer la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé, c'est à dire : $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}05}{0{,}1} = 0{,}5$.

5) Il s'agit de calculer la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B n'est pas réalisé, c'est à dire : $p_{\overline{B}}(A) = \dfrac{p\left(A \cap \overline{B}\right)}{p\left(\overline{B}\right)} = \dfrac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)} = \dfrac{0{,}2 - 0{,}05}{1 - 0{,}1} = \dfrac{0{,}15}{0{,}9} = 0{,}17$.

DEUXIEME PARTIE

Les n prélèvements étant indépendants, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et
$p = p\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0{,}75$.

La probabilité d'obtenir k pièces sans défaut est :
$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ ($0 \le k \le 3$)
ce qui donne $p(X = k) = \binom{3}{k} 0{,}75^k (1 - 0{,}75)^{3-k}$.

1) $p(X = 1) = \binom{3}{1} \times 0{,}75 \times 0{,}25^2 = 0{,}14$.

2) L'événement contraire est "zéro pièce sans défaut", c'est à dire $X = 0$. Alors, la probabilité cherchée est :
$1 - p(X = 0) = 1 - \binom{3}{0} \times 0{,}75^0 \times 0{,}25^3 = 0{,}95$.