LOGARITHME – BAC ES/L MÉTROPOLE RÉUNION 2016

PARTIE A Etude graphique

1) $f'(1{,}5) = 0$.

2) $y = x + 2$.

3) Soit S l'aire considérée. On a $3 < S < 4$.

4) f est concave sur [0,5 ; 6]. En effet, elle est située en dessous de toutes ses tangentes dans cet intervalle.

PARTIE B Etude analytique

On admet que $f(x) = -2x + 5 + 3\ln(x)$.

1) $f'(x) = -2 + \dfrac{3}{x} = \dfrac{-2x+3}{x}$.

2)

x	0,5		1,5		6
$-2x+3$		+	0	–	
x		+		+	
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$		↗	$f(1{,}5)$	↘	

3) On observe que $f(0{,}5) > 0$, $f(1{,}5) > 0$ et $f(6) < 0$. La fonction f étant monotone décroissante sur l'intervalle [1,5 ; 6], on peut affirmer que sa courbe représentative coupe l'axe des abscisses une seule fois sur cet intervalle, et donc que l'équation $-2x + 5 + 3\ln(x) = 0$ admet une seule solution α sur [0,5 ; 6].
La calculatrice donne $\alpha \approx 4{,}88$.

4)

x	0,5		α		6
$f(x)$		+	0	–	

5) $F(x) = -x^2 + 2x + 3x\ln(x)$

5.a) $F'(x) = -2x + 2 + 3\ln(x) + \dfrac{3x}{x}$. Et puisque $x \in [0{,}5 ; 6]$, donc $x \neq 0$, on peut écrire :
$F'(x) = -2x + 2 + 3\ln(x) + 3 = -2x + 5 + 3\ln(x) = f(x)$.
Cela démontre que F est une primitive de f.

5.b) $S = F(2) - F(1) = -4 + 4 + 6\ln(2) + 1 - 2 - 3\ln(1) = -1 + 6\ln(2) \approx 3{,}2$.