$C(x) = [\exp(0,1x)+20]/x$ fonction définie pour tout $x \neq 0$

1) $C = u/v$

avec $u = \exp(0,1x)+20$ et $v = x$

$C' = (u'v-uv')/v^2$

$u' = 0,1\exp(0,1x)$

$v' = 1$

$C' = [0,1x.\exp(0,1x)-\exp(0,1x)-20]/x^2$ définie pour tout $x \neq 0$,

donc pour tout $x \in [5;60]$

2) $f(x) = 0,1x.\exp(0,1x)-\exp(0,1x)-20$

a) on a $f'(x) = 0,01x.\exp(0,1x)$ positive pour tout $x > 0$, donc pour tout $x \in [5;60]$.

Ce qui implique que f est strictement croissante sur [5;60].

b) On a $f(5) = -20,8 < 0$ et $f(60) = 1997,1 > 0$ (calculées avec tableur Excel)

f est **continue** (car dérivable) et **strictement croissante** et change de signe sur [5;60] ; l'équation $f(x)=0$ possède donc une unique solution sur l'intervalle [5;60].

c) alpha est compris entre 25 et 26 (calculé avec Excel)

d) Tableau de signes de f(x) sur [5;60] :

x	5		alpha		60
f(x)	–20,8	—	0	+	1997,1

3) Tableau de variations de C(x) sur [5;60]

On remarque que $C'(x) = f(x)/x^2$ a le même signe que f(x)

On a $C'(5) = -0,83$; $C'(60) = 0,55$

$C(5) = 4,33$; $C(25) = 1,2873$; $C(26) = 1,2871$; $C(60) = 7,06$ (Calculées avec Excel)

x	5		alpha		60
C'(x)	–0,83	—	0	+	0,55
C(x)	4,33	↘	1,29	↗	7,06

4) Le tableau de variations précédent montre que :

a) $C(x) = 2$ a deux solutions, $x_1 \in]5; \text{alpha}[$ et $x_2 \in]\text{alpha};60[$

b $C(x) = 5$ a une solution $x \in]\text{alpha};60[$