

# DÉMOGRAPHIE : UTILISATION D'UNE SUITE ANNEXE

## PARTIE A

1)  $u_1 = u_0 + \frac{5}{100}u_0 + 4000 = 1,05u_0 + 4000 = 1,05 \times 100000 + 4000 = 109000$ .

De la même façon, on calcule  $u_2 = 118450$ .

2)  $u_{n+1} = u_n + \frac{5}{100}u_n + 4000 \Rightarrow u_{n+1} = 1,05 \times u_n + 4000$ .

3) Pour tout  $n \in \mathbf{N}$ , on pose  $v_n = u_n + 80000$ .

3.a)  $v_0 = u_0 + 80000 = 180000$ .

3.b)  $v_{n+1} = u_{n+1} + 80000 = 1,05u_n + 4000 + 80000 = 1,05(u_n + 80000) = 1,05v_n$ , d'où  $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 1,05$ , ce qui démontre que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison 1,05 et de premier terme  $v_0 = 180000$ .

3.c) On a alors  $v_n = 180000 \times 1,05^n$ , et on en déduit que  $u_n = v_n - 80000 = 180000 \times 1,05^n - 80000$ .

3.d) Puisque  $1,05 > 1$ , on calcule que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = +\infty$ .

## PARTIE B

1) En 2020, ce qui correspond à  $n = 15$ , on aura  $u_{15} = 180000 \times 1,05^{15} - 80000 = 294207$  habitants dans la ville.

2) On trouve avec la calculatrice que  $u_9 = 199239$  et  $u_{10} = 213201$ . C'est donc en 2015 que la population aura dépassé 200000 habitants.