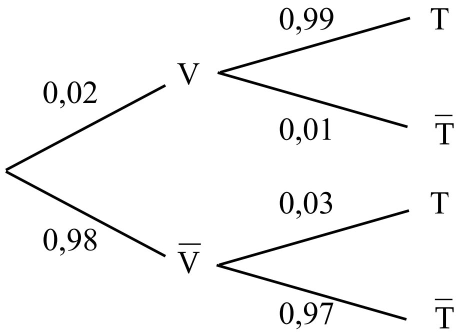
PROBABILITÉS – CONTAMINATION PAR UN VIRUS-BAC S MÉTROPOLE-2011

PARTIE A

A.1)

A.1.a) $P(V) = 0{,}02$, $P_V(T) = 0{,}99$ et $P_{\overline{V}}(\overline{T}) = 0{,}97$.

Arbre de probabilités :



A.1.b) $P(V \cap T) = P(V) \times P_V(T) = 0{,}02 \times 0{,}99 = 0{,}0198$.

A.2) $P(T) = P(V) \times P_V(T) + P(\overline{V}) \times P_{\overline{V}}(T) = 0{,}198 + 0{,}98 \times 0{,}03 = 0{,}0492$.

A.3)

A.3.a) Cela revient à calculer $P_T(V) = \dfrac{P(V) \times P_V(T)}{P(T)} = \dfrac{0{,}0198}{0{,}0492} = 0{,}4024 \approx 40\%$

A.3.b) Cette probabilité est

$$P_{\overline{T}}(\overline{V}) = \frac{P_{\overline{V}}(\overline{T}) \times P(\overline{V})}{P(\overline{T})} = \frac{P_{\overline{V}}(\overline{T}) \times P(\overline{V})}{1 - P(T)} = \frac{0{,}97 \times 0{,}98}{1 - 0{,}0492} = 0{,}9998.$$

PARTIE B

B.1) Le tirage d'une personne dont on détermine si elle est ou non contaminée constitue une épreuve de Bernouilli. La probabilité $p(X)$ d'avoir choisi X personnes contaminées après n épreuves indépendantes obéit à la loi binomiale $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ avec dans le cas présent $n = 10$, $0 \leq k \leq 10$ et $p = P(V) = 0{,}02$, soit :

$p(X = k) = \binom{10}{k} 0{,}02^k (1 - 0{,}02)^{10-k}$ avec $0 \leq k \leq 10$.

B.2) La probabilité P qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les dix choisies est 1 diminué de la probabilité qu'il y ait exactement une personne contaminée et de celle qu'il y en ait zéro :

$P = 1 - \binom{10}{1} 0{,}02^1 (1 - 0{,}02)^9 - \binom{10}{0} 0{,}02^0 (1 - 0{,}02)^{10} = 1 - 10 \times 0{,}02 \times 0{,}98^9 - 0{,}98^{10}$ et finalement $P = 0{,}0162$.