EXERCICE 2

PARTIE A

1) Représentons les étapes de l'algorithme dans le tableau suivant :

a	b	c	a > b
13	4	0	vrai
9	4	1	vrai
5	4	2	vrai
1	4	3	faux

Fin : a = 1 ; c = 3

2) L'algorithme permet de calculer au bout de n étapes le quotient c_n et le reste a_n de la division euclidienne de a_0 par b :
$bc_n + a_n = a_0$
Dans l'exemple pris en 1) :
$4\times3 + 1 = 13$

PARTIE B

1) Codage de U
Étape 1 : U → m = 20
Étape 2 : 9m + 5 = 185
Division euclidienne de 185 par 26 : 185 = 26.7 + 3
Reste p = 3
Étape 3 : p = 3 → D

2) Il suffit de modifier la première partie de l'algorithme de la façon suivante :

Variables :
a est un entier naturel
b est un entier naturel
c est un entier naturel
m est un entier naturel

Initialisation :
affecter à c la valeur 0
affecter à b la valeur 26
demander m
affecter à a la valeur de m*9 + 5

Le reste de l'algorithme est identique à celui donné dans l'énoncé.
Le résultat recherché, p, est la valeur de a affichée en fin d'algorithme.

PARTIE C

1) On trouve facilement $x = 3$: $3 \times 9 = 27$ et $27 \equiv 1$ [26]
Multiplions les deux membres de la congruence $9m + 5 \equiv p$ [26] par 3 :
$27m + 15 \equiv 3p$ [26] soit $m \equiv 3p - 15$ [26].

2) La lettre B correspond à 1 dans le tableau de la partie B. On obtient, en remplaçant p par 1 dans la congruence précédente :
$m \equiv -12 \equiv 14$ [26], c'est à dire $m = 14$ ($0 < m < 25$)
$m = 14$ correspond à la lettre O dans le tableau de la partie B.
On a ainsi décodé B $\rightarrow$ O.