

MODIFICATION D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Un professeur a relevé les notes de ses élèves à un DST :

10; 11; 11; 9; 8; 8; 11; 12; 14; 8; 9; 10; 10; 11; 14; 13; 12; 11; 9; 10; 13; 12; 12; 11; 9

1. Présenter ces résultats sous forme d'un tableau des effectifs.

A- Tableau des effectifs de la série statistiques Notes des devoirs sur table

x_i = Notes	8	9	10	11	12	13	14
Effectifs	3	4	4	6	4	2	2
ECC (Effectif cumulés croissants)	3	7	11	17	21	23	25

2. Calculer la moyenne, la médiane, les premier et troisième quartiles de cette série statistique.

Moyenne

$$M(A) = (3 \cdot 8) + (4 \cdot 9) + (4 \cdot 10) + (6 \cdot 11) + (4 \cdot 12) + (2 \cdot 13) + (2 \cdot 14) / 25 = 268/25 = 10,72$$

La pour le 1er contrôle est 10,72 arrondie 10,7

Médiane

$$\text{Médiane A} = Q2 = 11$$

l'individu médian étant : $25 / 2 + 0,5 = 13^{\text{e}}$ individu de l'effectif ; la médiane, la valeur de la variable correspondant au 13^e individu est la note 11

Premier quartile A : Q1 = 9

$25 \cdot 1/4 = 6,25$, arrondi à 7 correspondant à la note 9

Troisième quartile A : Q3 = 12

$25 \cdot 3/4 = 18,75$ arrondi à 19 correspondant à la note 12

3. Trouvant les notes trop rapprochées les unes des autres, le professeur décide de les ajuster en remplaçant la note x par la note $x' = ax + b$

Comment doit-il choisir a et b de façon à ce que le meilleur élève obtienne la note de 18 et le plus mauvais la note de 6 ?

Utilisons la démarche d'une résolution d'un système d'équations à 2 inconnues :

$x' = ax + b$ soit x' la valeur qui remplace x du départ.

$a = ?$ et $b = ?$

$$\begin{cases} ax + b = 18 \\ ax + b = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax + b = 18 \\ ax + b = 6 \end{cases}$$

Nous connaissons le nombre à augmenter ainsi que celui à diminuer \Rightarrow soit : $x = 14$ et $x = 8$

$$\begin{array}{l|l|l} 14a + b = 18 & (-1) \cdot & -14a - b = -18 \\ 8a + b = 6 & & 8a + b = 6 \\ \hline & & -6a = -12 \Rightarrow \\ & & a = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} a = 2 \\ 14(2) + b = 18 \Rightarrow \\ b = -10 \end{array}$$

$$x' = 2x - 10$$

La fonction $f(x) = 2x - 10$ sera utilisée pour modifier la série statistique.

4. Calculer la moyenne, la médiane, les premier et troisième quartiles de la série des notes après ajustement.

$$f(x) = 2x - 10$$

Remplaçons tous les valeurs x de la distribution A pour obtenir les valeur x' de la nouvelle distribution B

$$f(8) = 6$$

$$f(9) = 8$$

$$f(10) = 10$$

$$f(11) = 12$$

$$f(12) = 14$$

$$f(13) = 16$$

$$f(14) = 18$$

APRÈS MODIFICATION : B - Tableau des effectifs de la série statistiques Notes des DST

x'_i = Notes	6	8	10	12	14	16	18
Effectifs	3	4	4	6	4	2	2
ECC (Effectif cumulés croissants)	3	7	11	17	21	23	25

Moyenne B = $M(B) = ((3 \cdot 6) + (4 \cdot 8) + (4 \cdot 10) + (6 \cdot 12) + (4 \cdot 14) + (2 \cdot 16) + (2 \cdot 18)) / 25 = 286 / 25 = 11,44$ soit 11,5 arrondie

Médiane B = Q2 = 12

l'individu médian : $25 / 2 + 0,5 = 13^{\text{e}}$ individu ; ainsi Q2 est la note 12

Premier quartile B : Q1 = 8

$25 \cdot 1/4 = 6,25$ arrondi à 7 et qui correspond à la note 8

Troisième quartile B : Q3 = 14

$25 \cdot 3/4 = 18,75$ arrondi à 19 et qui correspond à la note 14

5. Représenter, sur le même graphique, le diagramme en boîte des notes avant et après ajustement.

