

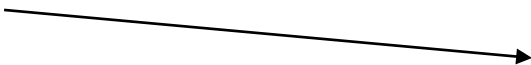
# ETUDE D'UNE FONCTION TRIGONOMÉTRIQUE

---

Soit  $f$  définie sur  $I = [0 ; \pi]$  par  $f(x) = x \cos(x) - \sin(x)$ .

1)  $f'(x) = \cos(x) - x \sin(x) - \cos(x) = -x \sin(x)$

2) En remarquant que  $f(\pi) = -\pi$ , on peut dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $I$  :

$x$	0		$\pi$
$-x$	0	-	$-\pi$
$\sin(x)$	0	+	0
$f'(x)$	0	-	0
$f(x)$	0		

3) Le tableau ci-dessus montre que  $f$  est monotone décroissante sur  $I$  et varie de 0 à  $-\pi$  sur cet intervalle. En observant que  $-\pi < -1 < 0$ , on conclut que  $f$  prend la valeur  $-1$  une fois et une seule (théorème des valeurs intermédiaires) sur  $I$ .

NB. La solution dans  $I$  de l'équation  $f(x) = -1$  est  $x = \frac{\pi}{2}$ .