

## VECTEURS ET COORDONNÉES

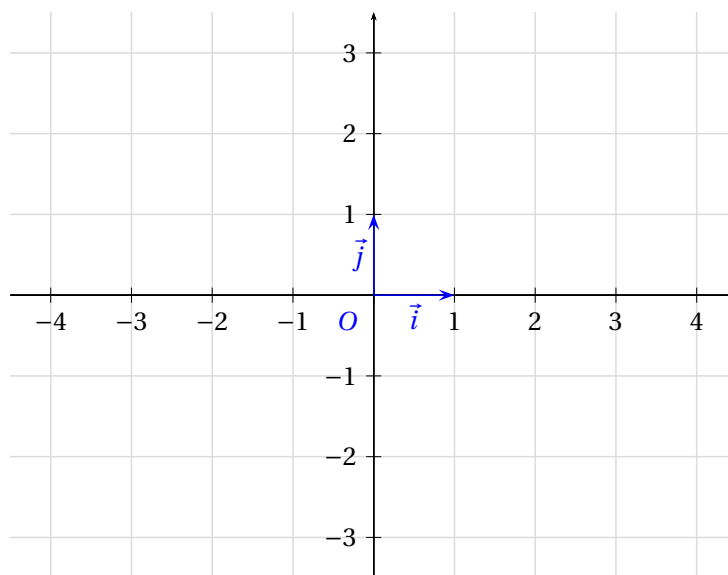
### DÉFINITIONS

Un **repère** du plan est déterminé par un point quelconque  $O$ , appelé **origine** du repère, et deux vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  non colinéaires.

### DÉFINITIONS

On dit que le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  est :

- **orthogonal** : si les vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  sont orthogonaux
- **orthonormé** ou **orthonormal** : si le repère est orthogonal et si les vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  ont la même norme.



*Repère orthonormé*

## DÉFINITIONS

Soit  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  un repère du plan.

On dit que  $M$  a pour **coordonnées**  $(x; y)$  si et seulement si :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

On dit que  $\vec{u}$  a pour **coordonnées**  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  si et seulement si :

$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Par la suite, on considère que le plan  $P$  est muni d'un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

## PROPRIÉTÉ

Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **égaux** si et seulement si ils ont les **mêmes coordonnées**.

## PROPRIÉTÉ

Soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$ . Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  a pour coordonnées  $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

## EXEMPLE

Soient  $A(1; 1), B(4; 2), C(5; 0), D(2; -1)$

Les coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  sont  $\begin{pmatrix} 4-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Les coordonnées de  $\overrightarrow{DC}$  sont  $\begin{pmatrix} 5-2 \\ 0-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  donc  $ABCD$  est un parallélogramme. ( voir [Généralités sur les vecteurs](#) )

## PROPRIÉTÉS

Soient deux vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ .

- Le vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$  a pour coordonnées  $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$
- Le vecteur  $k\vec{u}$  a pour coordonnées  $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

**PROPRIÉTÉ****Colinéarité**

Deux vecteurs non nuls  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  sont colinéaires si et seulement si :

$$xy' - yx' = 0$$

**PROPRIÉTÉ****Milieu d'un segment**

Si  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$ , le milieu  $M$  de  $[AB]$  a pour coordonnées :

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

**PROPRIÉTÉ****Norme et distance**

Soit un vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ . Alors :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

On en déduit si  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  :

$$AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

**EXEMPLE**

Soient  $A(1; 0)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(0; 2)$ . Que peut-on dire du triangle  $ABC$ ?

$$AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

Donc  $AB = AC$

De plus :

$$AB^2 + AC^2 = 5 + 5 = 10$$

$$BC^2 = 10$$

Le triangle  $ABC$  est donc rectangle en  $A$  (réciproque du théorème de Pythagore) et isocèle.