

THÉORÈME DE THALÈS

Le théorème de Thalès doit son nom au philosophe, astronome et mathématicien grec Thalès de Milet (env. 600 ans avant J.C.). S'il n'est pas l'« inventeur » de ce théorème qui était déjà connu des babyloniens, Thalès l'aurait utilisé pour mesurer la hauteur de la grande pyramide de Kheops.

Le **théorème de Thalès** permet de **calculer des distances** dans une configuration géométrique comportant des droites parallèles.

La **réciproque** du théorème de Thalès sert à démontrer que **deux droites sont parallèles** en calculant des rapports de distances.

1. THÉORÈME DE THALÈS

THÉORÈME DE THALÈS

Si A, B, C, D, E sont cinq points tels que :

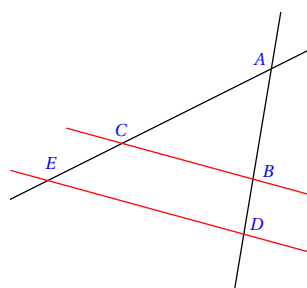
- les points A, B, D et les points A, C, E sont alignés
- les droites (BC) et (DE) sont parallèles

alors :

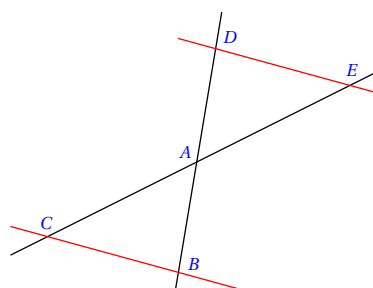
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

REMARQUES

Deux configurations différentes peuvent se présenter selon l'ordre des points A, B, D et A, C, E . Il faut être capable de repérer chacune de ces configurations dans les exercices de géométrie.



Première configuration



Deuxième configuration

Théorème de Thalès

REMARQUES

- Il est important de bien faire attention à l'ordre des points. On pourra s'aider en notant la correspondance entre les points. Dans les deux figures ci-dessus :

$$A \rightarrow A$$

$$B \rightarrow D$$

$$C \rightarrow E$$

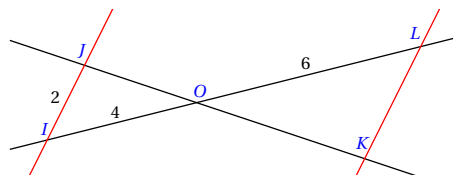
Par conséquent :

$$AB \rightarrow AD$$

$$AC \rightarrow AE$$

$$BC \rightarrow DE$$

EXEMPLE



Sur la figure ci-dessus, on sait que $OL = 6\text{cm}$, $OI = 4\text{cm}$ et $IJ = 2\text{cm}$ et que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.

Quelle est la longueur du segment $[KL]$?

- les points O, J, K et les points O, I, L sont alignés
- les droites (IJ) et (KL) sont parallèles

Par conséquent, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{OI}{OL} = \frac{IJ}{KL}$$

On remplace les longueurs dont on connaît les mesures :

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{4}{6} = \frac{2}{KL}$$

L'égalité $\frac{4}{6} = \frac{2}{KL}$ nous permet de trouver KL («quatrième proportionnelle») :

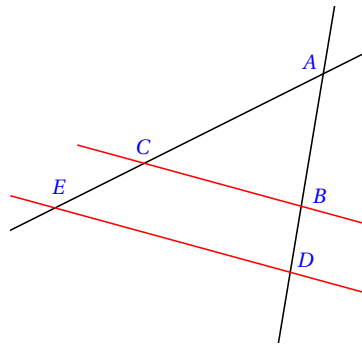
$$KL = \frac{2 \times 6}{4} = 3\text{cm.}$$

2. RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS

THÉORÈME (RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS)

Si A, B, C, D, E sont cinq points tels que les points A, B, D et les points A, C, E sont alignés dans le même ordre, alors :

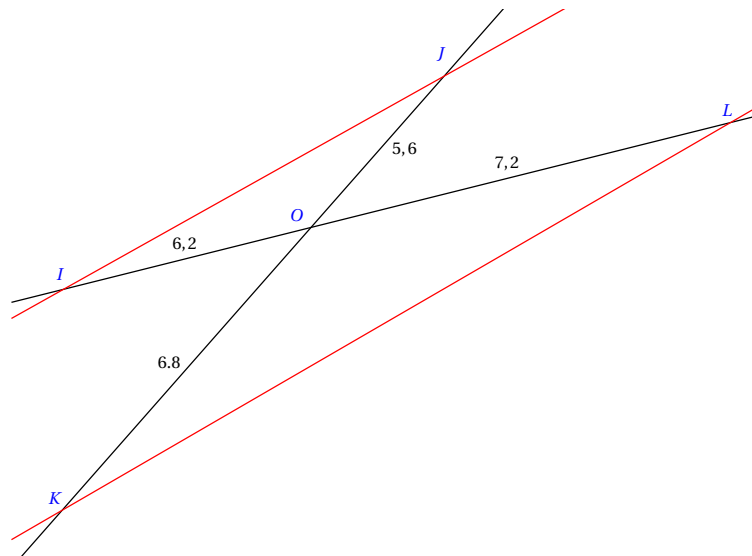
- si $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ alors, les droites (BC) et (DE) sont parallèles
- si $\frac{AB}{AD} \neq \frac{AC}{AE}$ alors, les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles



REMARQUES

Ce théorème sert à **démontrer** que deux droites sont parallèles.

EXEMPLE



Dans la figure ci-dessus, on sait que $OI = 6,2\text{cm}$, $OJ = 5,6\text{cm}$, $OK = 6,8\text{cm}$ et $OL = 7,2\text{cm}$.

Les droites (IJ) et (KL) sont-elles parallèles?

Méthode : On calcule séparément $\frac{OI}{OL}$ et $\frac{OJ}{OK}$

$$\frac{OI}{OL} = \frac{6,2}{7,2} = \frac{62}{72} = \frac{31}{36}$$

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{5,6}{6,8} = \frac{56}{68} = \frac{14}{17}$$

$\frac{OI}{OL} \neq \frac{OJ}{OK}$ (si vous n'êtes pas sûr, vérifiez à la calculatrice!) donc les droites (IJ) et (KL) ne sont pas parallèles.