# LES RÈGLES DE CALCULS, FRACTIONS, PUISSANCES

## 1 - VOCABULAIRE

### DÉFINITIONS

- La **somme** de deux **termes** est le résultat de l'**addition** de ces nombres.
- La **différence** de deux **termes** est le résultat de la **soustraction** de ces nombres.
- Le **produit** de deux **facteurs** est le résultat de la **multiplication** de ces nombres.

### EXEMPLES

- $5 = 3 + 2$ : 5 est la **somme** des termes 3 et 2.
- $1 = 3 - 2$ : 1 est la **différence** des termes 3 et 2.
- $6 = 3 \times 2$ : 6 est le **produit** des facteurs 3 et 2.

### REMARQUES

On regroupe souvent **somme** et **différence** sous le même terme : **somme algébrique**. En effet, une soustraction d'un nombre positif correspond à une addition d'un nombre négatif.

Lorsqu'une expression contient plusieurs opérations, il s'agit :

- d'une somme algébrique si la **dernière** opération effectuée (la **moins** prioritaire) est une addition ou une soustraction. Par exemple : $2x - 3y$ ;
- d'un produit si la **dernière** opération effectuée (la **moins** prioritaire) est une multiplication. Par exemple : $3x(y - 3)$.

## 2 - PRIORITÉS DE CALCULS

### PROPRIÉTÉS

- On effectue d'abord les calculs des expressions entre **parenthèses**, en commençant par les parenthèses les plus intérieures.
- Puis on effectue les **puissances** avant les multiplications, les divisions, les additions et les soustractions.
- Puis on effectue d'abord les **multiplications** et les **divisions** avant les additions et les soustractions.
- Enfin, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.
  Dans une somme algébrique, on peut également regrouper ensemble les termes de même signe.

### EXEMPLES

- $A = 5 - 3 \times 7 + 2 \times (4 - 1)$
  On effectue d'abord les parenthèses :
  $A = 5 - 3 \times 7 + 2 \times 3$
  Puis les multiplications :
  $A = 5 - 21 + 6$
  Puis les opérations restantes (en regroupant les termes positifs par exemple) :
  $A = 5 - 21 + 6 = 11 - 21 = -10$
- **Attention** à bien tenir compte de la priorité des opération même si l'expression contient des *lettres*. Par exemple :
  $B = 5 + (7 - 4) \times x$
  On peut effectuer le calcul dans la parenthèse :
  $B = 5 + 3 \times x = 5 + 3x$
  On ne peut pas effectuer l'addition $5 + 3$ car la multiplication $3 \times x$ est prioritaire. On ne peut donc pas aller plus loin.

## 3 - FRACTIONS

### PROPRIÉTÉS

- Pour additionner (ou soustraire) des fractions, on ajoute (ou on soustrait) leurs numérateurs, après les avoir mises au **même dénominateur**.
- Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, **en simplifiant** au maximum.
- Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse.

### EXEMPLES

- $A = \frac{3}{4} - \frac{2}{5}$
  $A = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4}$
  $A = \frac{15}{20} - \frac{8}{20}$
  $A = \frac{7}{20}$
- $B = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$
  $B = \frac{3 \times 2}{4 \times 5}$
  $B = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 \times 5}$
  $B = \frac{3}{10}$
- $C = \frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$
  $C = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$

$C = \dfrac{3 \times 5}{4 \times 2}$
$C = \dfrac{15}{8}$

## 4 - PUISSANCES

PROPRIÉTÉS

- Produit : $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- Inverse : $\dfrac{1}{a^m} = a^{-m}$
- Quotient : $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- Puissance de puissance : $\left(a^n\right)^m = a^{n \times m}$
- Exposants identiques : $a^n \times b^n = (ab)^n$

EXEMPLES

- $A = 3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$
- $B = \dfrac{2^3}{2^{-4}} = 2^{3-(-4)} = 2^7$
- $C = \left(10^2\right)^{-3} = 10^{-6}$

REMARQUES

- Ces formules peuvent, bien sûr, être utilisées *dans les deux sens*. Par exemple, pour passer de $\dfrac{1}{a^m}$ à $a^{-m}$ ou pour passer de $a^{-m}$ à $\dfrac{1}{a^m}$
- Cas particulier de la dernière formule :
  $(-a)^n = (-1 \times a)^n = (-1)^n \times a^n$
  Donc pour $n$ **impair** : $(-a)^n = -a^n$ car alors $(-1)^n = -1$
  Pour $n$ **pair** : $(-a)^n = a^n$ car alors $(-1)^n = 1$

DÉFINITION

On appelle **écriture scientifique** d'un nombre positif, la notation $a \times 10^n$ avec $n$ entier relatif et $1 \leqslant a < 10$.

REMARQUE

L'encadrement $1 \leqslant a < 10$ signifie que l'écriture décimale de $a$ comporte **un et un seul chiffre non nul avant la virgule**.

EXEMPLE

$D = \dfrac{5 \times 10^5 \times 10^{-2} \times 7}{2 \times 10^7}$

Donner l'écriture scientifique de $D$, puis son écriture décimale.

On regroupe les puissances de 10 d'un coté et les nombres restants de l'autre :

$D = \dfrac{5 \times 7}{2} \times \dfrac{10^5 \times 10^{-2}}{10^7}$

On simplifie :

$D = \dfrac{35}{2} \times \dfrac{10^3}{10^7}$

$D = 17,5 \times 10^{-4}$

L'écriture scientifique de $D$ est :

$D = 1,75 \times 10^{-3}$

L'écriture décimale de $D$ est :

$D = 0,00175$