

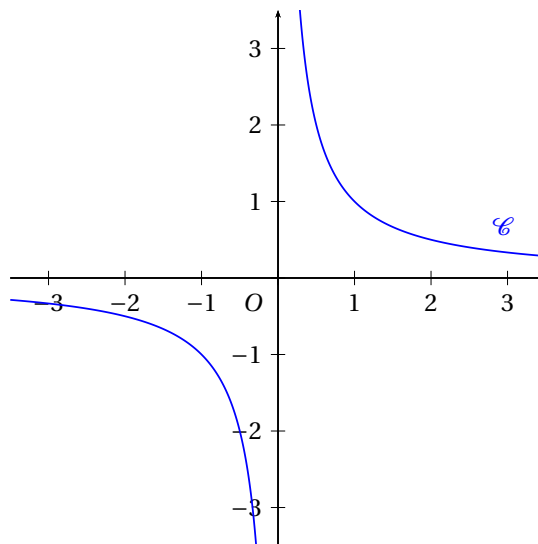
## LA FONCTION « INVERSE » ET LES FONCTIONS HOMOGRAPHIQUES

### 1. LA FONCTION INVERSE

#### DÉFINITION

La fonction **inverse** est la fonction définie sur  $]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[ : x \mapsto \frac{1}{x}$ .

Sa courbe représentative est une **hyperbole**.



L'hyperbole représentant la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x}$

#### THÉORÈME

La courbe représentative de la fonction inverse est symétrique par rapport à l'origine du repère.

#### THÉORÈME

La fonction inverse est strictement décroissante sur  $]-\infty; 0[$  et sur  $]0; +\infty[$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	↘		↘

Tableau de variation de la fonction "inverse"

**EXEMPLE D'APPLICATION**

On veut comparer les nombres  $\frac{1}{\pi}$  et  $\frac{1}{3}$ .

On sait que  $\pi > 3$

Comme les nombres 3 et  $\pi$  sont strictement positifs et que la fonction inverse est strictement décroissante sur  $]0; +\infty[$  on en déduit que  $\frac{1}{\pi} < \frac{1}{3}$

**2. FONCTIONS HOMOGRAPHIQUES****DÉFINITION**

Soient  $a, b, c, d$  quatre réels avec  $c \neq 0$  et  $ad - bc \neq 0$ .

La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$  par :

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

s'appelle une **fonction homographique**.

La courbe représentative d'une fonction homographique est une **hyperbole**.

**REMARQUES**

- La valeur « interdite »  $-\frac{d}{c}$  est celle qui annule le dénominateur.
- Si  $ad - bc = 0$ , la fraction se simplifie et dans ce cas la fonction  $f$  est constante sur son ensemble de définition. Par exemple  $f(x) = \frac{2x+1}{4x+2} = \frac{2x+1}{2 \times (2x+1)} = \frac{1}{2}$  sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

**EXEMPLE**

La fonction  $f$  telle que :

$$f(x) = \frac{3x+2}{x+1}$$

est définie pour  $x+1 \neq 0$  c'est à dire  $x \neq -1$ .

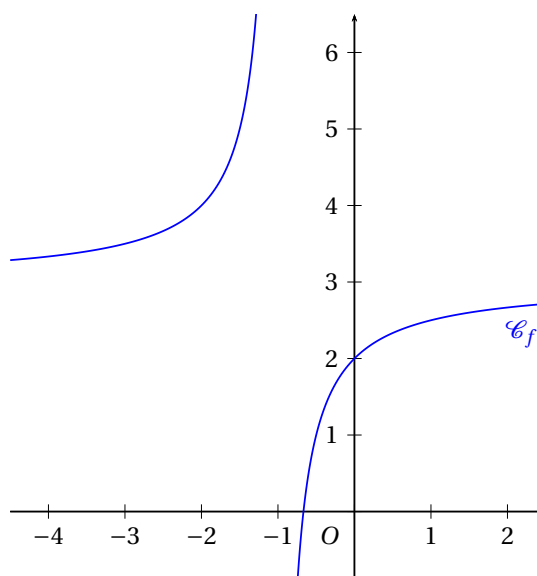
Son ensemble de définition est donc :

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \text{ (ou } \mathcal{D}_f = ]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[)$$

Elle est strictement croissante sur chacun des intervalles  $]-\infty; -1[$  et  $]-1; +\infty[$  (pour cet exemple; ce n'est pas le cas pour toutes les fonctions homographiques!).

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$	↗		↗

Tableau de variations de  $f : x \mapsto \frac{3x+2}{x+1}$



Courbe représentative de  $f : x \mapsto \frac{3x+2}{x+1}$