

## NOTION DE FONCTION

### 1 - GÉNÉRALITÉS

#### DÉFINITION

Une **fonction**  $f$  est un procédé qui à tout nombre réel  $x$  associe **un seul** nombre réel  $y$ .

- $x$  s'appelle la **variable**.
- $y$  s'appelle l'**image** de  $x$  par la fonction  $f$  et se note  $f(x)$
- $f$  est la **fonction** et se note :  $f : x \mapsto y$ .
- On note aussi  $y = f(x)$ .

#### REMARQUE

Les procédés permettant d'associer un nombre à un autre nombre peuvent être :

- Des formules mathématiques (par exemple :  $f(x) = 2x + 5$ )
- Une courbe (par exemple : la courbe donnant le cours d'une action en Bourse en fonction du temps)
- Un instrument de mesure ou de conversion (par exemple : le compteur d'un taxi qui donne le prix à payer en fonction du trajet parcouru)
- Un tableau de valeurs, chaque élément de la seconde ligne étant associé à un élément de la première ligne
- Une touche de calculatrice (par exemple :  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\ln$ ,  $\log$ , etc.) qui affiche un résultat dépendant du nombre saisi auparavant
- Etc...

#### MÉTHODE

Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction  $f$ , on remplace  $x$  par ce nombre dans la formule donnant  $f(x)$ .

#### ATTENTION !

N'oubliez pas les parenthèses quand vous remplacez  $x$  par un nombre négatif ou par une expression composée (comme  $1 + \sqrt{2}$  par exemple).

#### EXEMPLE

Soit  $f(x) = x^2 + 1$

L'image de  $-1$  par  $f$  s'obtient en remplaçant  $x$  par  $(-1)$  dans la formule ci-dessus :

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2.$$

**DÉFINITION**

Soit  $y$  un nombre réel. Déterminer les **antécédents** de  $y$  par  $f$ , c'est trouver les valeurs de  $x$  telles que  $f(x) = y$ .

**REMARQUE**

Un nombre peut avoir **aucun, un ou plusieurs** antécédent(s).

**MÉTHODE**

Soit  $\alpha$  un nombre réel.

Pour trouver les antécédents de  $\alpha$  par la fonction  $f$ , on résout l'équation  $f(x) = \alpha$  d'inconnue  $x$ .

**EXEMPLE**

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 2x - 3$ .

Pour trouver le(s) antécédent(s) du nombre 1 on résout l'équation  $f(x) = 1$  c'est à dire :

$$2x - 3 = 1$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Donc 1 a un seul antécédent qui est le nombre 2.

**2 - REPRÉSENTATION GRAPHIQUE****DÉFINITIONS**

Un **repère** du plan est un triplet de points non alignés  $(O, I, J)$ .

Le point  $O$  est appelé **l'origine du repère**, la droite  $(OI)$ , **l'axe des abscisses** et la droite  $(OJ)$ , **l'axe des ordonnées**.

Un repère est **orthonormé** (ou **orthonormal**) si les points  $O, I, J$  forment un triangle rectangle isocèle en  $O$ .

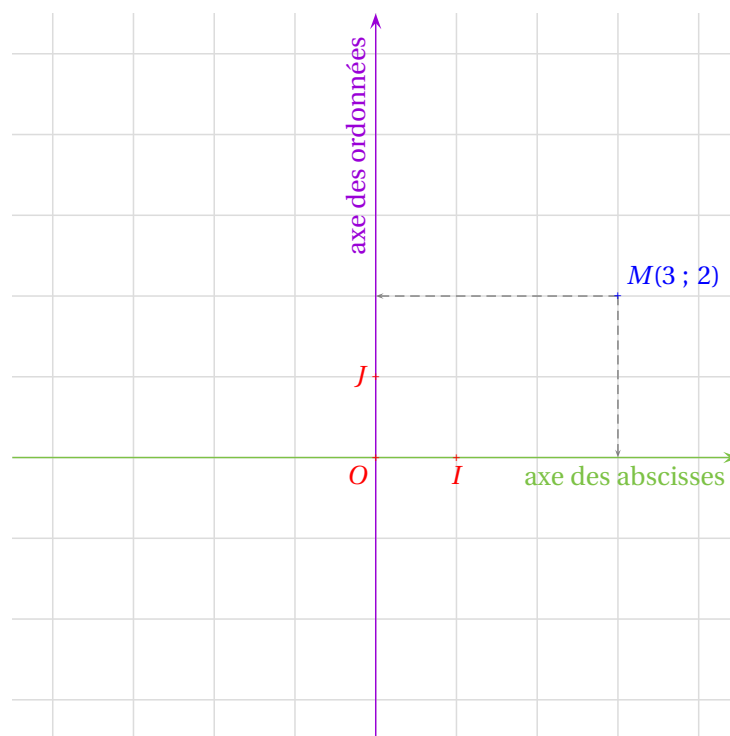
## REMARQUE

On note généralement  $(Ox)$  l'axe des abscisses et  $(Oy)$  l'axe des ordonnées.

## RAPPEL VOCABULAIRE

Le plan est muni d'un repère  $(O; I, J)$ . On désigne par  $M$  un point du plan.

$M$  a pour **coordonnées**  $(x; y)$ , le nombre  $x$  est l'**abscisse** du point  $M$  et le nombre  $y$  est son **ordonnée**.



## EXEMPLE

- Les coordonnées du point  $O$  sont  $(0 ; 0)$ .
- Les coordonnées du point  $I$  sont  $(1 ; 0)$ .
- Les coordonnées du point  $J$  sont  $(0 ; 1)$ .
- Les coordonnées du point  $M$  sont  $(3 ; 2)$ .

## DÉFINITION

La courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère  $(O; I, J)$  est l'ensemble des points  $M$  de coordonnées  $(x; f(x))$

## REMARQUE

La définition précédente donne un critère permettant de déterminer si un point  $A(\alpha; \beta)$  appartient à la courbe représentative d'une fonction  $f$  : on calcule  $f(\alpha)$  et on regarde si  $f(\alpha) = \beta$

## EXEMPLE

$f(x) = 1 + x^2$ . Les points  $A(1;3)$  et  $B(2;5)$  appartiennent-ils à la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$ ?

Pour  $A$  :  $f(1) = 1 + 1^2 = 2$  n'est pas l'ordonnée de  $A$ . Donc  $A$  n'est pas situé sur la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

Pour  $B$  :  $f(2) = 1 + 2^2 = 1 + 4 = 5$  est l'ordonnée de  $B$ . Donc  $B$  est situé sur la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

## MÉTHODE

Une méthode simple mais approximative pour tracer la courbe représentative d'une fonction  $f$  consiste :

- à calculer  $f(x)$  pour plusieurs valeurs de  $x$ ;
- puis à placer les points de coordonnées  $(x; f(x))$  correspondant aux valeurs obtenues;
- et enfin à relier ces différents points.

## EXEMPLE

Pour tracer la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto x^2 - 1$  on calcule quelques images :

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-1	0	3

On place les points correspondants puis on les relie pour obtenir la courbe :

