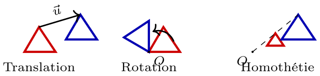
Transformations — fiche révision

À retenir



TRANSLATION de vecteur $\vec{u}$: tout point M a pour image M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$. **Isométrie** (conserve longueurs, angles, aires).

ROTATION de centre O, angle θ et sens donné : $OM' = OM$ et $(\overrightarrow{OM}\,;\overrightarrow{OM'}) = \theta$. **Isométrie**.

HOMOTHÉTIE de centre O, rapport $k \neq 0$: $\overrightarrow{OM'} = k\,\overrightarrow{OM}$.
Longueurs $\times|k|$, **aires** $\times k^2$, **volumes** $\times|k|^3$. Conserve les angles.

INVARIANTS Toutes ces transformations conservent les **angles** et le **parallélisme**. Seules les isométries (translation, rotation, symétries) conservent les **longueurs**.

Exemple type

1. Effet d'une homothétie sur l'aire — Un triangle ABC d'aire $5\ \text{cm}^2$ subit une homothétie de rapport $k = 3$. Aire du triangle image $A'B'C'$?

L'aire est multipliée par k^2 :

$$\text{aire}(A'B'C') = 5 \times 3^2 = \mathbf{45\ cm^2}.$$

2. Rotation — Soit A et O deux points distincts. On note A' l'image de A par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens direct. Alors :

$$OA' = OA \quad \text{et} \quad (\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OA'}) = 60^\circ.$$

Le triangle OAA' est donc **isocèle en** O.

Pièges classiques

Homothétie de rapport k : longueurs $\times|k|$, **aires** $\times k^2$, **volumes** $\times|k|^3$. Appliquer k partout est une erreur classique.
Rotation : il faut TOUJOURS préciser **le centre, l'angle ET le sens** (direct ou indirect) — sinon la transformation n'est pas définie.
Rapport négatif : une homothétie de rapport $k < 0$ envoie l'image de **l'autre côté** du centre (par exemple $k = -2$: image symétrique par rapport à O, puis agrandie).