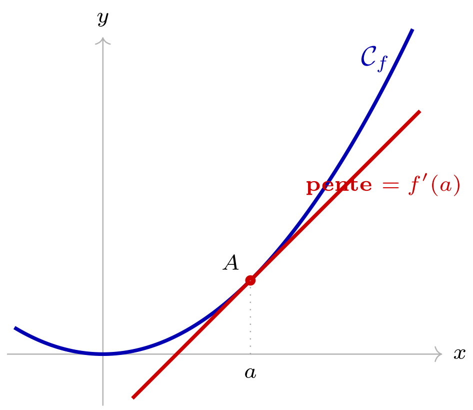
Dérivation — fiche révision

À retenir



NOMBRE DÉRIVÉ & TANGENTE $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ = pente de la **tangente** à $\mathcal{C}_f$ en $A(a\,;\,f(a))$.

Équation de la tangente : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

DÉRIVÉES USUELLES

$$(x^n)' = n\,x^{n-1}\,;\,(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\,;\,\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(e^x)' = e^x\,;\,(\ln x)' = \frac{1}{x}\,;\,(\sin x)' = \cos x\,;$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

OPÉRATIONS & COMPOSITION $(u+v)' = u' + v'$; $(uv)' = u'v + uv'$; $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.

Composition : $(g(u))' = u' \cdot g'(u)$. Cas utiles : $(e^u)' = u'\,e^u$; $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$.

VARIATIONS Sur un intervalle I : $f' \geqslant 0 \Rightarrow f$ **croissante** ; $f' \leqslant 0 \Rightarrow f$ **décroissante**. **Extremum local** en a ssi $f'(a) = 0$ et f' **change de signe** en a.

Exemple type

Équation de tangente

Soit $f(x) = x^2$. Donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en $a = 2$.

$f'(x) = 2x$, donc $f'(2) = 4$ et $f(2) = 4$.

Équation : $y = f'(2)(x-2) + f(2) = 4(x-2) + 4 = 4x - 4$.

Étude des variations

Étudier les variations de $f(x) = x^3 - 3x$ sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$, qui s'annule en -1 et 1. $f(-1) = 2$ et $f(1) = -2$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Maximum local $f(-1) = 2$; **minimum local** $f(1) = -2$.

Pièges classiques

$f(a)$ **vs** $f'(a)$: $f(a)$ est l'**ordonnée** du point (sur la courbe), $f'(a)$ est la **pente** de la tangente. Ne pas les intervertir dans l'équation $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

$(uv)' \neq u' \cdot v'$: toujours utiliser $(uv)' = u'v + uv'$. De même $\left(\dfrac{u}{v}\right)' \neq \dfrac{u'}{v'}$: appliquer la formule du quotient.

Composition : u' oublié : $(g(u))' = u' \cdot g'(u)$. Exemple typique : $(e^{x^2})' = 2x \cdot e^{x^2}$, **pas** e^{x^2}. Toujours dériver l'intérieur en premier.