

Les règles de calculs, fractions, puissances

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

OBJECTIFS DU CHAPITRE

Additionner et soustraire des fractions

Multiplier et diviser des fractions

Utiliser les règles de calcul sur les puissances

Écrire un nombre en notation scientifique

Effectuer un enchaînement de calculs avec fractions et puissances

1 - Vocabulaire

Définition

- La **somme** de deux **termes** est le résultat de l'**addition** de ces nombres.
- La **différence** de deux **termes** est le résultat de la **soustraction** de ces nombres.
- Le **produit** de deux **facteurs** est le résultat de la **multiplication** de ces nombres.

Exemple

- $5 = 3 + 2$: 5 est la **somme** des termes 3 et 2.
- $1 = 3 - 2$: 1 est la **différence** des termes 3 et 2.
- $6 = 3 \times 2$: 6 est le **produit** des facteurs 3 et 2.

Remarque

On regroupe souvent **somme** et **différence** sous le même terme : **somme algébrique**. En effet, une soustraction d'un nombre positif correspond à une addition d'un nombre négatif.

Lorsqu'une expression contient plusieurs opérations, il s'agit :

- d'une somme algébrique si la **dernière** opération effectuée (la **moins** prioritaire) est une addition ou une soustraction. Par exemple : $2x - 3y$;

- d'un produit si la **dernière** opération effectuée (la **moins** prioritaire) est une multiplication. Par exemple : $3x(y - 3)$.

2 - Priorités de calculs

Propriété

- On effectue d'abord les calculs des expressions entre **parenthèses**, en commençant par les parenthèses les plus intérieures.
- Puis on effectue les **puissances** avant les multiplications, les divisions, les additions et les soustractions.
- Puis on effectue d'abord les **multiplications** et les **divisions** avant les additions et les soustractions.
- Enfin, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

Dans une somme algébrique, on peut également regrouper ensemble les termes de même signe.

Exemple

- $A = 5 - 3 \times 7 + 2 \times (4 - 1)$

On effectue d'abord les parenthèses :

$$A = 5 - 3 \times 7 + 2 \times 3$$

Puis les multiplications :

$$A = 5 - 21 + 6$$

Puis les opérations restantes (en regroupant les termes positifs par exemple) :

$$A = 5 - 21 + 6 = 11 - 21 = -10$$

- **Attention** à bien tenir compte de la priorité des opération même si l'expression contient des *lettres*. Par exemple :

$$B = 5 + (7 - 4) \times x$$

On peut effectuer le calcul dans la parenthèse :

$$B = 5 + 3 \times x = 5 + 3x$$

On ne peut pas effectuer l'addition $5 + 3$ car la multiplication $3 \times x$ est prioritaire. On ne peut donc pas aller plus loin.

3 - Fractions

Propriété

- Pour additionner (ou soustraire) des fractions, on ajoute (ou on soustrait) leurs numérateurs, après les avoir mises au **même dénominateur**.
- Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, **en simplifiant** au maximum.
- Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse.

Example

- $A = \frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

$$A = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4}$$

$$A = \frac{15}{20} - \frac{8}{20}$$

$$A = \frac{7}{20}$$

- $B = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$

$$B = \frac{3 \times 2}{4 \times 5}$$

$$B = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 \times 5}$$

$$B = \frac{3}{10}$$

- $C = \frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

$$C = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$$

$$C = \frac{3 \times 5}{4 \times 2}$$

$$C = \frac{15}{8}$$

4 - Puissances

Propriété

- Produit : $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- Inverse : $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$
- Quotient : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- Puissance de puissance : $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- Puissance d'un produit : $a^n \times b^n = (ab)^n$
- Puissance d'un quotient : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (avec $b \neq 0$)

Remarque

Pour tout nombre a non nul et tout entier n :

- $a^0 = 1$ (par exemple $5^0 = 1$ et $10^0 = 1$)
- $a^1 = a$

Exemple

- $A = 3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

- $B = \frac{2^3}{2^{-4}} = 2^{3-(-4)} = 2^7$
- $C = (10^2)^{-3} = 10^{-6}$
- $D = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

Remarque

- Ces formules peuvent, bien sûr, être utilisées *dans les deux sens*. Par exemple, pour passer de $\frac{1}{a^m}$ à a^{-m} ou pour passer de a^{-m} à $\frac{1}{a^m}$
- Cas particulier de la dernière formule :

$$(-a)^n = (-1 \times a)^n = (-1)^n \times a^n$$

Donc pour n **impair** : $(-a)^n = -a^n$ car alors $(-1)^n = -1$

Pour n **pair** : $(-a)^n = a^n$ car alors $(-1)^n = 1$

Définition

On appelle **écriture scientifique** d'un nombre positif, la notation $a \times 10^n$ avec n entier relatif et $1 \leq a < 10$.

Remarque

L'encadrement $1 \leq a < 10$ signifie que l'écriture décimale de a comporte **un et un seul chiffre non nul avant la virgule**.

Exemple

$$D = \frac{5 \times 10^5 \times 10^{-2} \times 7}{2 \times 10^7}$$

Donner l'écriture scientifique de D , puis son écriture décimale.

On regroupe les puissances de 10 d'un côté et les nombres restants de l'autre :

$$D = \frac{5 \times 7}{2} \times \frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^7}$$

On simplifie :

$$D = \frac{35}{2} \times \frac{10^3}{10^7}$$

$$D = 17,5 \times 10^{-4}$$

L'écriture scientifique de D est :

$$D = 1,75 \times 10^{-3}$$

L'écriture décimale de D est :

$$D = 0,00175$$

5 - Racines carrées

Définition

La **racine carrée** d'un nombre positif a est le nombre positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est égal à a . Autrement dit, $\sqrt{a} \geq 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$.

Exemple

- $\sqrt{9} = 3$ car $3 \geq 0$ et $3^2 = 9$
- $\sqrt{0} = 0$ et $\sqrt{1} = 1$
- $(\sqrt{7})^2 = 7$

Règles de calcul

Pour tous nombres positifs a et b :

- Produit : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- Quotient : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ (avec $b \neq 0$)
- Carré : $(\sqrt{a})^2 = a$

Attention

En général, $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Par exemple, $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$, alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.

Simplifier une racine carrée

Pour simplifier $\sqrt{50}$, on repère le plus grand carré parfait qui divise 50 (ici 25) :

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Valeur exacte et valeur approchée

L'écriture décimale de $\sqrt{2}$ est infinie et non périodique : on ne peut pas l'écrire exactement avec des chiffres après la virgule.

- La **valeur exacte** est $\sqrt{2}$ (ou $5\sqrt{2}$ pour $\sqrt{50}$).
- Une **valeur approchée** au centième est $\sqrt{2} \approx 1,41$.

On conserve la valeur exacte dans les calculs et on ne donne une valeur approchée qu'à la fin, si l'énoncé le demande.

Les questions essentielles

1. Comment additionner ou soustraire des fractions ?

On met les fractions au même dénominateur, puis on additionne (ou soustrait) les numérateurs en conservant le dénominateur commun. On simplifie ensuite si possible.

Voir la fiche méthode : [Additionner et soustraire des fractions](#)

2. Comment multiplier ou diviser des fractions ?

Pour multiplier, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, en simplifiant avant de multiplier (simplification croisée). Pour diviser, on multiplie par l'inverse de la deuxième fraction.

Voir la fiche méthode : [Multiplier et diviser des fractions](#)

3. Comment simplifier une expression avec des puissances ?

On identifie les bases identiques, puis on applique la règle adaptée : produit ($a^n \times a^m = a^{n+m}$), quotient ($\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$), ou puissance de puissance ($(a^n)^m = a^{n \times m}$).

Voir la fiche méthode : [Utiliser les règles de calcul sur les puissances](#)

4. Comment écrire un nombre en notation scientifique ?

On place la virgule après le premier chiffre non nul pour obtenir a (avec $1 \leq a < 10$), puis on compte le nombre de positions dont la virgule a été déplacée pour déterminer l'exposant n de 10^n .

Voir la fiche méthode : [Écrire un nombre en notation scientifique](#)

5. Comment calculer une expression mêlant fractions et puissances de 10 ?

On sépare les coefficients numériques et les puissances de 10, on simplifie chaque partie indépendamment, puis on rassemble le tout en ajustant pour obtenir l'écriture scientifique.

Voir la fiche méthode : [Effectuer un enchaînement de calculs avec fractions et puissances](#)

6. Comment simplifier une racine carrée ?

On cherche le plus grand carré parfait qui divise le nombre sous la racine, puis on utilise la règle $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ pour faire sortir ce carré parfait de la racine.

Voir la fiche méthode : [Calculer et simplifier avec des racines carrées](#)

 **Télécharger en PDF**