

Notion de fonction

DURÉE ESTIMÉE

15 minutes

OBJECTIFS DU CHAPITRE

Calculer l'image d'un nombre par une fonction

Déterminer un antécédent par le calcul

Lire une image et un antécédent sur un graphique

Dresser un tableau de valeurs et vérifier si un point appartient à une courbe

1 - Généralités

Définition

Une **fonction** f est un procédé qui à tout nombre réel x associe **un seul** nombre réel y .

- x s'appelle la **variable**.
- y s'appelle l'**image** de x par la fonction f et se note $f(x)$
- f est la **fonction** et se note : $f : x \mapsto y$.
- On note aussi $y = f(x)$.

Remarque

Les procédés permettant d'associer un nombre à un autre nombre peuvent être :

- Des formules mathématiques (par exemple : $f(x) = 2x + 5$)
- Une courbe (par exemple : la courbe donnant le cours d'une action en Bourse en fonction du temps)
- Un instrument de mesure ou de conversion (par exemple : le compteur d'un taxi qui donne le prix à payer en fonction du trajet parcouru)
- Un tableau de valeurs, chaque élément de la seconde ligne étant associé à un élément de la première ligne
- Une touche de calculatrice (par exemple : $\sin$, $\cos$, $\ln$, $\log$, etc.) qui affiche un résultat dépendant du nombre saisi auparavant

- Etc...

Méthode

Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction f , on remplace x par ce nombre dans la formule donnant $f(x)$.

Attention

Ne pas oublier les parenthèses quand on remplace x par un nombre négatif ou par une expression composée (comme $1 + \sqrt{2}$ par exemple).

Exemple

Soit $f(x) = x^2 + 1$

L'image de -1 par f s'obtient en remplaçant x par (-1) dans la formule ci-dessus :

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2.$$

Définition

Soit y un nombre réel. Déterminer les **antécédents** de y par f , c'est trouver les valeurs de x telles que $f(x) = y$.

Remarque

Un nombre peut avoir **aucun, un ou plusieurs** antécédent(s).

Méthode

Soit α un nombre réel.

Pour trouver les antécédents de α par la fonction f , on résout l'équation $f(x) = \alpha$ d'inconnue x .

Exemple

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x - 3$.

Pour trouver le(s) antécédent(s) du nombre 1 on résout l'équation $f(x) = 1$ c'est à dire :

$$2x - 3 = 1$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Donc 1 a un seul antécédent qui est le nombre 2.

2 - Représentation graphique

Définition

Un **repère** du plan est un triplet de points non alignés (O, I, J) .

Le point O est appelé **l'origine du repère**, la droite (OI) , **l'axe des abscisses** et la droite (OJ) , **l'axe des ordonnées**.

Un repère est **orthonormé** (ou **orthonormal**) si les points O, I, J forment un triangle rectangle isocèle en O .

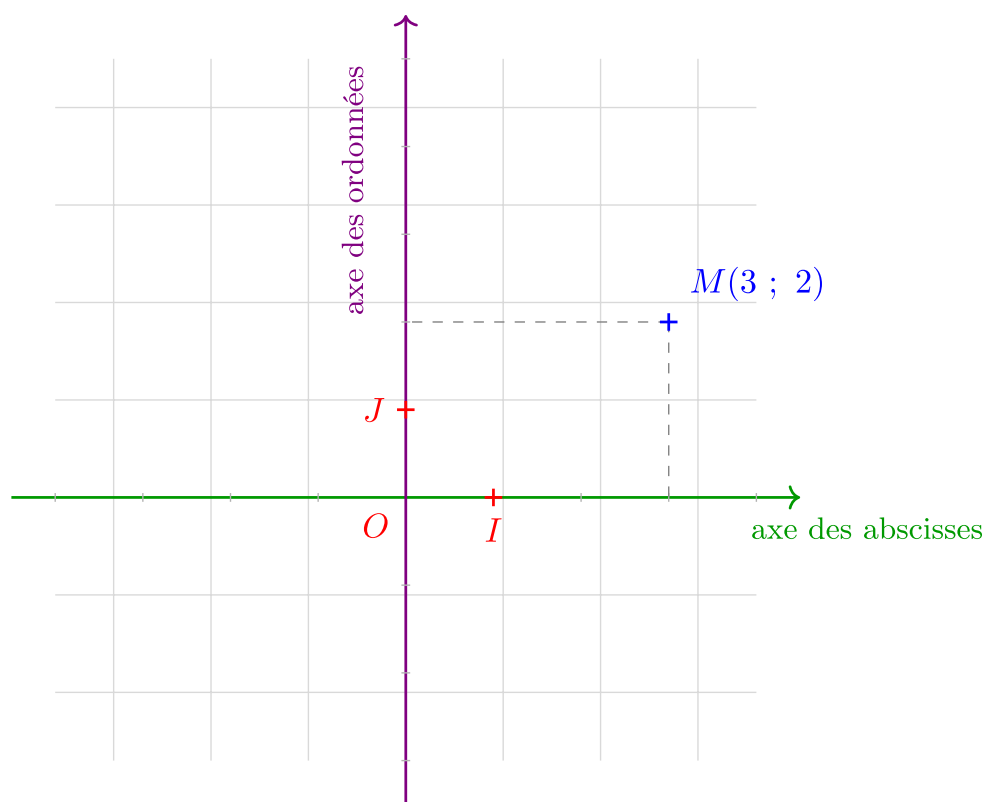
Remarque

On note généralement (Ox) l'axe des abscisses et (Oy) l'axe des ordonnées.

Rappel vocabulaire

Le plan est muni d'un repère $(O; I, J)$. On désigne par M un point du plan.

M a pour **coordonnées** $(x; y)$, le nombre x est l'**abscisse** du point M et le nombre y est son **ordonnée**.



Exemple

- Les coordonnées du point O sont $(0 ; 0)$.
- Les coordonnées du point I sont $(1 ; 0)$.
- Les coordonnées du point J sont $(0 ; 1)$.

- Les coordonnées du point M sont $(3 ; 2)$.

Définition

La courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O; I, J)$ est l'ensemble des points M de coordonnées $(x; f(x))$

Remarque

La définition précédente donne un critère permettant de déterminer si un point $A(\alpha; \beta)$ appartient à la courbe représentative d'une fonction f : on calcule $f(\alpha)$ et on regarde si $f(\alpha) = \beta$

Exemple

$f(x) = 1 + x^2$. Les points $A(1; 3)$ et $B(2; 5)$ appartiennent-ils à la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f ?

Pour A : $f(1) = 1 + 1^2 = 2$ n'est pas l'ordonnée de A . Donc A n'est pas situé sur la courbe $\mathcal{C}_f$.

Pour B : $f(2) = 1 + 2^2 = 1 + 4 = 5$ est l'ordonnée de B . Donc B est situé sur la courbe $\mathcal{C}_f$.

Méthode

Une méthode simple mais approximative pour tracer la courbe représentative d'une fonction f consiste :

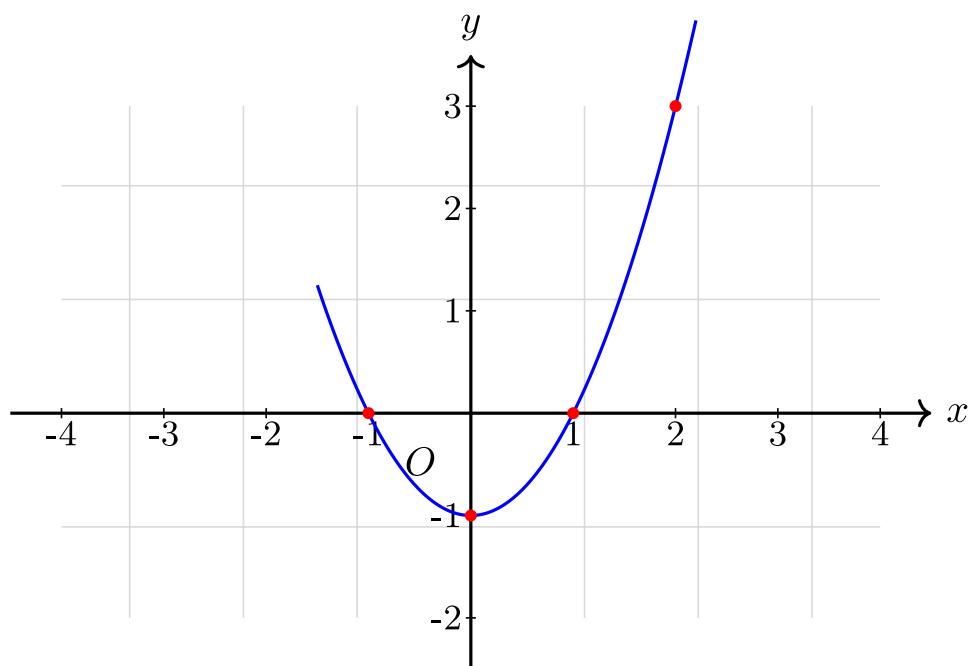
- à calculer $f(x)$ pour plusieurs valeurs de x ;
- puis à placer les points de coordonnées $(x; f(x))$ correspondant aux valeurs obtenues ;
- et enfin à relier ces différents points.

Exemple

Pour tracer la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 1$ on calcule quelques images :

x	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-1	0	3

On place les points correspondants puis on les relie pour obtenir la courbe :



1. Comment calculer l'image d'un nombre par une fonction ?

Pour calculer l'image d'un nombre, on remplace x par ce nombre dans la formule de la fonction, puis on effectue les calculs en respectant les priorités opératoires. Attention à bien mettre des parenthèses autour des nombres négatifs.

Voir la fiche méthode : [Calculer l'image d'un nombre par une fonction](#)

2. Comment déterminer un antécédent par le calcul ?

Pour trouver les antécédents d'un nombre k par une fonction f , on résout l'équation $f(x) = k$. Un nombre peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents.

Voir la fiche méthode : [Déterminer un antécédent par le calcul](#)

3. Comment lire une image ou un antécédent sur un graphique ?

Pour lire une image, on part de l'axe des abscisses, on va verticalement jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée. Pour lire un

antécédent, on part de l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse.

Voir la fiche méthode : [Lire une image et un antécédent sur un graphique](#)

4. Comment dresser un tableau de valeurs et vérifier si un point appartient à une courbe ?

On choisit plusieurs valeurs de x , on calcule chaque image et on reporte les résultats dans un tableau. Pour vérifier si un point $(\alpha ; \beta)$ appartient à la courbe, on calcule $f(\alpha)$ et on vérifie si le résultat est égal à β .

Voir la fiche méthode : [Dresser un tableau de valeurs et vérifier si un point appartient à une courbe](#)

📄 Télécharger en PDF