

Calcul littéral

DURÉE ESTIMÉE

15 minutes

OBJECTIFS DU CHAPITRE

Réduire une expression littérale

Développer avec la distributivité

Développer avec les identités remarquables

Factoriser par un facteur commun

Factoriser avec les identités remarquables

1 - Vocabulaire

Rappel

- Une **somme** (ou **différence**) est une expression dont la dernière opération est une addition ou une soustraction.
- Un **produit** est une expression dont la dernière opération est une multiplication.

Par exemple :

$3 \times 5 - 2 \times 45$ et $2x + 8y$ sont des sommes algébriques.

$5 \times (3 + 8)$ et $(x + 1)(y - 5)$ sont des produits.

Définition

Dans une **somme** (ou différence), chaque élément séparé par un $+$ ou un $-$ s'appelle un **terme**.

Dans un **produit**, chaque élément multiplié s'appelle un **facteur**.

Exemple

- Dans $3x^2 - 5x + 7$ (somme), les **termes** sont $3x^2$, $-5x$ et 7 .
- Dans $4x(2x - 3)$ (produit), les **facteurs** sont $4x$ et $(2x - 3)$.
- Dans $(x + 1)(x - 2)$ (produit), les **facteurs** sont $(x + 1)$ et $(x - 2)$.

Attention

Il est essentiel de bien distinguer termes et facteurs : ces deux notions reviendront tout au long du chapitre.

Développer, c'est transformer un produit en somme (on passe des facteurs aux termes).

Factoriser, c'est transformer une somme en produit (on passe des termes aux facteurs).

2 - Développer

Définition

Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence).

Définition

Réduire une expression, c'est regrouper les termes semblables (les termes qui ont la même partie littérale) pour obtenir une écriture plus simple.

Exemple

Réduire les expressions suivantes :

- $3x + 5x - 2x = 6x$
- $4x^2 - 3x + x^2 + 7x = 5x^2 + 4x$

Opposé d'une expression

L'opposé d'une somme s'obtient en changeant le signe de chaque terme :

- $-(a + b) = -a - b$
- $-(a - b) = -a + b$

Exemple

- $-(3x - 7) = -3x + 7$
- $-(-2x^2 + 5x - 1) = 2x^2 - 5x + 1$

Propriétés (Distributivité)

- $k(a + b) = ka + kb$
- $k(a - b) = ka - kb$
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple

Développer les expressions suivantes :

- $A = 3(x - 2)$
 $A = 3x - 6$

- $B = (x + 3)(2x - 5)$
 $B = 2x^2 - 5x + 6x - 15$
 $B = 2x^2 + x - 15$

🛡️ Propriétés (Identités remarquables - Développement)

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

💡 Exemple

Développer les expressions suivantes :

- $C = (x + 1)^2$
 $C = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$ (première identité remarquable avec $a = x$ et $b = 1$)
 $C = x^2 + 2x + 1$
- $D = (2x - 1)^2$
 $D = 4x^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$ (seconde identité remarquable avec $a = 2x$ et $b = 1$)
 $D = 4x^2 - 4x + 1$
- $E = (x + 2)(x - 2)$
 $E = x^2 - 2^2$ (troisième identité remarquable avec $a = x$ et $b = 2$)

$$E = x^2 - 4$$

3 - Factoriser

Définition

Factoriser une somme (ou une différence), c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Propriété

- $ka + kb = k(a + b)$
- $ka - kb = k(a - b)$

k est le **facteur commun**

Exemple

Factoriser les expressions suivantes :

- $A = (x + 3)(x + 2) - 7(x + 2)$

Le facteur commun est $(x + 2)$

$$A = (x + 2)[(x + 3) - 7]$$

$$A = (x + 2)(x - 4)$$

- $B = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$

$$B = (2x + 1)(2x + 1) - (2x + 1)(x + 3)$$

Le facteur commun est $(2x + 1)$

$$B = (2x + 1)[(2x + 1) - (x + 3)]$$

$$B = (2x + 1)(2x + 1 - x - 3)$$

$$B = (2x + 1)(x - 2)$$

Remarque

- **Avec des carrés :**

Pour factoriser $(x + 1)^2 + (x + 1)(x + 2)$, on utilise le fait que

$(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$ ce qui fait apparaître le facteur commun $(x + 1)$:

$$\begin{aligned} (x + 1)^2 + (x + 1)(x + 2) &= (x + 1)(x + 1) + (x + 1)(x + 2) \\ &= (x + 1)[(x + 1) + (x + 2)] \\ &= (x + 1)(2x + 3) \end{aligned}$$

- **Attention à ne pas oublier le 1 !**

Pour factoriser $x^2 - x$ on écrit que $x^2 = x \times x$ et $x = x \times 1$;

x est alors facteur commun :

$$x^2 - x = x \times x - x \times 1 = x(x - 1)$$



Propriétés (Identités remarquables - Factorisation)

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$



Exemple

Factoriser les expressions suivantes :

- $C = x^2 - 6x + 9$
 $C = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$
 $C = (x - 3)^2$ (seconde identité remarquable avec $a = x$ et $b = 3$)
- $D = 25x^2 - 4$
 $D = (5x)^2 - 2^2$
 $D = (5x + 2)(5x - 2)$ (troisième identité remarquable avec $a = 5x$ et $b = 2$)

Les questions essentielles

1. Comment réduire une expression littérale ?

On repère les termes semblables (ceux qui ont la même partie littérale) et on additionne leurs coefficients. Par exemple,

$$3x^2 - 4x + x^2 + 9x = 4x^2 + 5x.$$

Voir la fiche méthode : [Réduire une expression littérale](#)

2. Comment développer une expression avec la distributivité ?

On multiplie chaque terme du facteur par chaque terme de la parenthèse : $k(a + b) = ka + kb$ pour la [simple distributivité](#), et $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ pour la double.

Voir la fiche méthode : [Développer avec la distributivité](#)

3. Comment développer avec les identités remarquables ?

On identifie la forme de l'expression (carré d'une somme, carré d'une différence, ou produit somme-différence), on repère les valeurs de a et b , puis on applique la formule correspondante.

Voir la fiche méthode : [Développer avec les identités remarquables](#)

4. Comment factoriser par un facteur commun ?

On identifie le facteur présent dans chaque terme de l'expression, puis on le met en évidence en utilisant $ka + kb = k(a + b)$.

Voir la fiche méthode : [Factoriser par un facteur commun](#)

5. Comment factoriser avec les identités remarquables ?

On compte les termes : si l'expression est une différence de deux carrés, on utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. Si elle a trois termes, on vérifie si c'est un carré parfait : $a^2 \pm 2ab + b^2$.

Voir la fiche méthode : [Factoriser avec les identités remarquables](#)

 Télécharger en PDF