Statistiques

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

1. Vocabulaire et tableaux

Série statistique

Faire une **étude statistique**, c'est recueillir, organiser et analyser des données.

- La **population** est l'ensemble des individus étudiés.
- Le **caractère** est la propriété étudiée sur chaque individu.
- L'ensemble des données recueillies forme une **série statistique**.

Remarque

Un caractère est **quantitatif** lorsqu'il prend des valeurs numériques (taille, note, âge). Il est **qualitatif** lorsque les valeurs ne sont pas des nombres (couleur des yeux, sport pratiqué).

Exemple

On interroge les 30 élèves d'une classe sur le nombre de frères et soeurs qu'ils ont.

- La population est l'ensemble des 30 élèves de la classe.
- Le caractère étudié est le nombre de frères et soeurs. C'est un caractère quantitatif.

Effectif et effectif total

L'**effectif** d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît dans la série.
L'**effectif total** est le nombre total d'individus de la population.

Exemple

On a relevé le nombre de frères et soeurs des 30 élèves. Les résultats sont résumés dans un tableau :

Nombre de frères et soeurs	0	1	2	3	4
Effectif	5	12	8	3	2

L'effectif de la valeur 1 est 12 : cela signifie que 12 élèves ont un frère ou une soeur.
L'effectif total est $5 + 12 + 8 + 3 + 2 = 30$.

Fréquence

La **fréquence** d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total :

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

La fréquence est un nombre compris entre 0 et 1. On peut l'exprimer en pourcentage en la multipliant par 100.

Propriété

La somme de toutes les fréquences est égale à 1 (soit 100%).

Exemple

En reprenant l'exemple précédent, la fréquence des élèves ayant 1 frère ou soeur est :

$$f = \frac{12}{30} = 0{,}4 = 40\%$$

Le tableau complet des fréquences est :

Nombre de frères et soeurs	0	1	2	3	4	Total
Fréquence en %	16,7%	40%	26,7%	10%	6,7%	100%

2. Moyenne

Définition

La **moyenne** d'une série statistique est égale à la somme de toutes les valeurs de la série divisée par l'effectif total.

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Un athlète a effectué cinq sauts en longueur et a obtenu les résultats suivants (en mètres) :
7,65 ; 7,72 ; 7,99 ; 7,85 ; 7,88
La moyenne de ses sauts est :

$$\bar{x} = \frac{7{,}65 + 7{,}72 + 7{,}99 + 7{,}85 + 7{,}88}{5} = \frac{39{,}09}{5} = 7{,}818 \text{ m}$$

Moyenne pondérée

Lorsque les valeurs sont regroupées dans un tableau d'effectifs, la **moyenne pondérée** s'obtient en multipliant chaque valeur par son effectif, puis en divisant la somme obtenue par l'effectif total :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \cdots + n_p \times x_p}{N}$$

Exemple

On a relevé les notes obtenues par 25 élèves à un contrôle :

Note	2	4	6	7	8	9	10	11	12	14	17	Total
Effectif	1	2	1	2	2	3	4	6	2	1	1	25

La moyenne pondérée des notes est :

$$\bar{x} = \frac{2 \times 1 + 4 \times 2 + 6 \times 1 + 7 \times 2 + 8 \times 2 + 9 \times 3 + 10 \times 4 + 11 \times 6 + 12 \times 2}{25}$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 8 + 6 + 14 + 16 + 27 + 40 + 66 + 24 + 14 + 17}{25} = \frac{234}{25} = 9{,}36$$

La moyenne de la classe est 9,36.

Remarque

La moyenne n'est pas nécessairement une valeur de la série. Elle est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

3. Médiane

Définition

La **médiane** d'une série statistique est la valeur qui partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif : la moitié des valeurs est inférieure ou égale à la médiane, et l'autre moitié est supérieure ou égale à la médiane.

Déterminer la médiane

On range les N valeurs de la série par ordre croissant.

- Si N est **impair** : la médiane est la valeur en position $\frac{N+1}{2}$.
- Si N est **pair** : la médiane est la moyenne des valeurs en positions $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$.

Effectif total impair

On a relevé les tailles (en m) de 11 joueurs d'une équipe de football :
1,88 ; 1,78 ; 1,76 ; 1,87 ; 1,91 ; 1,75 ; 1,88 ; 1,75 ; 1,83 ; 1,92 ; 1,74
On ordonne ces tailles :
1,74 ; 1,75 ; 1,75 ; 1,76 ; 1,78 ; **1,83** ; 1,87 ; 1,88 ; 1,88 ; 1,91 ; 1,92
L'effectif total est 11 (impair). La médiane est la valeur en position $\frac{11+1}{2}=6$, c'est-à-dire la 6e valeur.
La médiane est **1,83 m**. Il y a 5 joueurs mesurant moins de 1,83 m et 5 joueurs mesurant plus.

Effectif total pair

On a demandé à 10 élèves le nombre de SMS envoyés dans la journée. Voici les réponses :
7 ; 4 ; 12 ; 2 ; 0 ; 5 ; 9 ; 9 ; 10 ; 12
On ordonne les valeurs :
0 ; 2 ; 4 ; 5 ; **7 ; 9** ; 9 ; 10 ; 12 ; 12

L'effectif total est 10 (pair). La médiane est la moyenne des 5e et 6e valeurs :

$$M_e = \frac{7+9}{2} = 8$$

La médiane est **8**. Cela signifie qu'au moins la moitié des élèves ont envoyé 8 SMS ou moins.

Attention

La médiane ne dépend pas des valeurs extrêmes de la série. Si l'on remplace la plus grande valeur (12) par 100, la médiane reste la même. Ce n'est pas le cas de la moyenne, qui serait fortement modifiée.

4. Étendue

Définition

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

Exemple

On a relevé les températures (en °C) à Bordeaux pendant la première semaine d'octobre :
18 ; 20 ; 17 ; 16 ; 17 ; 15 ; 19
L'étendue de cette série est $20 - 15 = 5$ °C.

C'est l'écart entre la température maximale et la température minimale de la semaine.

Remarque

L'étendue est une mesure de **dispersion**. Plus l'étendue est grande, plus les valeurs de la série sont dispersées. Par exemple, pour les notes d'un élève, une étendue élevée traduit des résultats irréguliers.

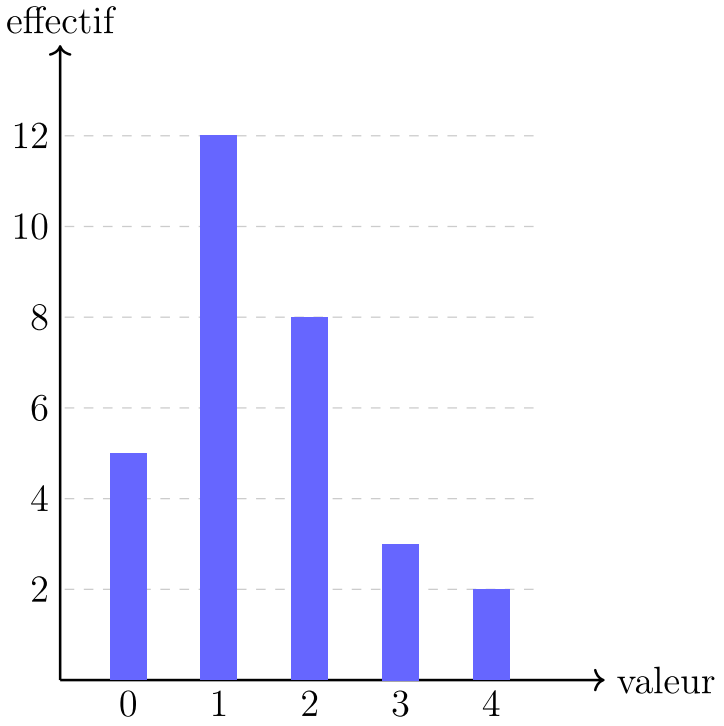
5. Représentations graphiques

Diagramme en bâtons

Lorsque le caractère est quantitatif, on peut représenter la série par un **diagramme en bâtons** : sur l'axe des abscisses, on place les valeurs du caractère et sur l'axe des ordonnées, on place les effectifs (ou les fréquences). La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Diagramme en bâtons

On reprend la série du nombre de frères et soeurs des 30 élèves. On obtient le diagramme en bâtons suivant :



La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif. Le bâton le plus haut correspond à la valeur 1 (12 élèves).

Diagramme circulaire

Lorsque le nombre de valeurs distinctes est peu élevé, on peut représenter la série par un **diagramme circulaire**. Chaque valeur est représentée par un secteur angulaire dont la mesure de l'angle est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

Calcul de l'angle d'un secteur

Dans un diagramme circulaire, l'angle d'un secteur se calcule par :

$$\text{angle} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \times 360^\circ$$

Exemple

On a relevé la répartition des adhérents d'un club sportif :

Sport	Tennis	Football	Handball	Rugby	Autres	Total
Effectif	4	19	7	15	5	50

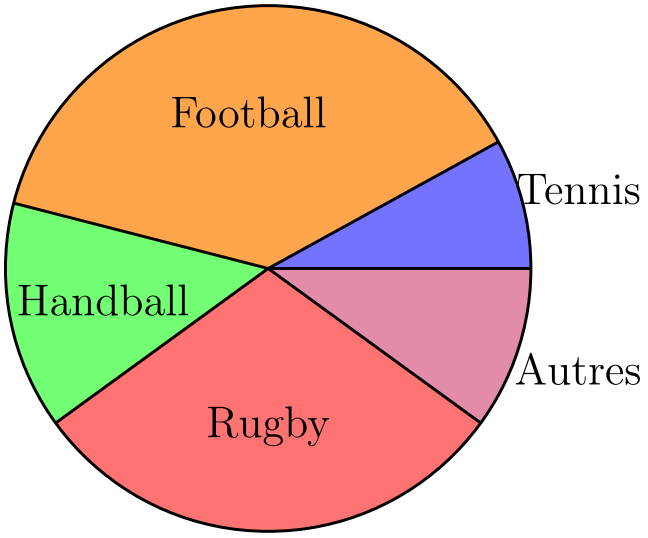
On calcule l'angle de chaque secteur. Par exemple, pour le football :

$$\text{angle} = \frac{19}{50} \times 360 = 136{,}8^\circ$$

Le tableau complet des angles :

Sport	Tennis	Football	Handball	Rugby	Autres	Total
Angle (°)	28,8	136,8	50,4	108	36	360

On obtient alors le diagramme circulaire suivant :



Attention

Lors de la construction d'un diagramme circulaire, vérifier que la somme des angles est bien égale à 360°. Si ce n'est pas le cas, c'est qu'il y a une erreur de calcul.

Les questions essentielles

1. Comment calculer la moyenne d'une série statistique ?

On additionne toutes les valeurs puis on divise par l'effectif total. Lorsque les données sont dans un tableau d'effectifs, on multiplie chaque valeur par son effectif avant de diviser par le total.

Voir la fiche méthode : Calculer la moyenne d'une série statistique ↗

2. Comment déterminer la médiane d'une série ?

On range les valeurs par ordre croissant. Si l'effectif est impair, la médiane est la valeur centrale. S'il est pair, c'est la moyenne des deux valeurs centrales.

Voir la fiche méthode : Déterminer la médiane d'une série ↗

3. Comment calculer des fréquences ?

On divise l'effectif de chaque valeur par l'effectif total. Le résultat peut s'exprimer sous forme décimale ou en pourcentage.

Voir la fiche méthode : Calculer des fréquences ↗

4. Comment construire un diagramme circulaire ?

On calcule l'angle de chaque secteur en multipliant la fréquence par 360°, puis on trace les secteurs au rapporteur. La somme des angles doit être égale à 360°.

Voir la fiche méthode : Construire un diagramme circulaire ↗

Télécharger en PDF