

# Équations du premier degré

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

## 1 - Notion d'équation

### Équation

Une **équation** est une égalité qui contient un ou plusieurs nombres inconnus, désignés par des lettres (souvent  $x$ ).

- L'expression située à gauche du signe  $=$  est le **membre de gauche**.
- L'expression située à droite du signe  $=$  est le **membre de droite**.
- La lettre qui représente le nombre inconnu s'appelle l'**inconnue**.

### Exemple

$3x + 5 = 17$  est une équation d'inconnue  $x$ .

- Le membre de gauche est  $3x + 5$ .

- Le membre de droite est 17.

## Solution d'une équation

**Résoudre** une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui rendent l'égalité vraie. Chacune de ces valeurs est appelée une **solution** de l'équation.

## Remarque

Une équation du premier degré (l'inconnue  $x$  n'apparaît qu'à la puissance 1) admet au plus une solution.

## Tester si un nombre est solution

Pour vérifier si un nombre est solution d'une équation, on remplace l'inconnue par ce nombre dans chaque membre. Si les deux membres sont égaux, le nombre est solution.

## Exemple

Le nombre 4 est-il solution de l'équation  $3x + 5 = 17$  ?

On remplace  $x$  par 4 dans chaque membre :

**Membre de gauche :**  $3 \times 4 + 5 = 12 + 5 = 17$

**Membre de droite :** 17

Les deux membres sont égaux, donc 4 est solution de l'équation.

### Exemple

Le nombre 3 est-il solution de l'équation  $5x - 2 = 2x + 10$  ?

On remplace  $x$  par 3 dans chaque membre :

**Membre de gauche :**  $5 \times 3 - 2 = 15 - 2 = 13$

**Membre de droite :**  $2 \times 3 + 10 = 6 + 10 = 16$

Les deux membres ne sont pas égaux ( $13 \neq 16$ ), donc 3 n'est pas solution de l'équation.

## 2 - Résoudre une équation du premier degré

Pour résoudre une équation, on transforme l'équation de départ en équations équivalentes de plus en plus simples, jusqu'à isoler l'inconnue.

### Règles de transformation

- On peut **ajouter** ou **soustraire** un même nombre aux deux membres d'une équation sans changer sa solution.
- On peut **multiplier** ou **diviser** les deux membres d'une équation par un même nombre **non nul** sans changer sa solution.

### Remarque

En pratique, « ajouter 5 aux deux membres » revient à « faire passer  $-5$  de l'autre côté en changeant son signe ».

## Équations de la forme $ax + b = c$

### Exemple

Résoudre l'équation  $3x + 7 = 25$ .

On soustrait 7 aux deux membres :

$$3x + 7 - 7 = 25 - 7$$

$$3x = 18$$

On divise les deux membres par 3 :

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

La solution de l'équation est 6.

**Vérification :**  $3 \times 6 + 7 = 18 + 7 = 25$ . C'est correct.

### Exemple

Résoudre l'équation  $-8x - 1 = 27$ .

On ajoute 1 aux deux membres :

$$-8x - 1 + 1 = 27 + 1$$

$$-8x = 28$$

On divise les deux membres par  $-8$  :

$$x = \frac{28}{-8} = -\frac{7}{2} = -3,5$$

La solution de l'équation est  $-3,5$ .

## Équations de la forme $ax + b = cx + d$

Lorsque l'inconnue apparaît dans les deux membres, on regroupe tous les termes contenant  $x$  d'un côté et les nombres de l'autre.

### Exemple

Résoudre l'équation  $5x + 2 = 3 - 4x$ .

On ajoute  $4x$  aux deux membres pour regrouper les termes en  $x$  à gauche :

$$5x + 4x + 2 = 3 - 4x + 4x$$

$$9x + 2 = 3$$

On soustrait 2 aux deux membres :

$$9x = 3 - 2$$

$$9x = 1$$

On divise les deux membres par 9 :

$$x = \frac{1}{9}$$

La solution de l'équation est  $\frac{1}{9}$ .

### Exemple

Résoudre l'équation  $7x - 3 = 4x + 9$ .

On soustrait  $4x$  aux deux membres :

$$7x - 4x - 3 = 9$$

$$3x - 3 = 9$$

On ajoute 3 aux deux membres :

$$3x = 12$$

On divise les deux membres par 3 :

$$x = 4$$

La solution de l'équation est 4.

**Vérification :**  $7 \times 4 - 3 = 28 - 3 = 25$  et  $4 \times 4 + 9 = 16 + 9 = 25$ . C'est correct.

## Équations avec des fractions

Lorsque l'équation contient des fractions, on peut multiplier les deux membres par le dénominateur pour se ramener à une équation sans fraction.

### Exemple

Résoudre l'équation  $\frac{x - 3}{4} = x + 3$ .

On multiplie les deux membres par 4 :

$$x - 3 = 4(x + 3)$$

On développe le membre de droite :

$$x - 3 = 4x + 12$$

On soustrait  $4x$  aux deux membres :

$$x - 4x - 3 = 12$$

$$-3x - 3 = 12$$

On ajoute 3 aux deux membres :

$$-3x = 15$$

On divise les deux membres par  $-3$  :

$$x = -5$$

La solution de l'équation est  $-5$ .

### Attention

Avant de résoudre une équation contenant des parenthèses, il faut d'abord **développer** puis **réduire** chaque membre. On regroupe ensuite les termes en  $x$  d'un côté et les nombres de l'autre.

### Exemple

Résoudre l'équation  $3(x - 2) = 5(2 - x)$ .

On développe chaque membre :

$$3x - 6 = 10 - 5x$$

On ajoute  $5x$  aux deux membres :

$$3x + 5x - 6 = 10$$

$$8x - 6 = 10$$

On ajoute 6 aux deux membres :

$$8x = 16$$

On divise les deux membres par 8 :

$$x = 2$$

La solution de l'équation est 2.

## 3 - Mise en équation d'un problème

De nombreux problèmes concrets peuvent se résoudre en les traduisant par une équation.

## Méthode de mise en équation

- 1. Choix de l'inconnue :** identifier la grandeur cherchée et la noter  $x$ .
- 2. Mise en équation :** traduire les informations de l'énoncé par une égalité contenant  $x$ .
- 3. Résolution :** résoudre l'équation obtenue.
- 4. Conclusion :** interpréter le résultat et vérifier qu'il répond à la question posée.

## Problème arithmétique

On pense à un nombre. On le multiplie par 5 et on ajoute 3. On obtient 28.  
Quel est ce nombre ?

**Choix de l'inconnue :** on note  $x$  le nombre cherché.

**Mise en équation :** « on le multiplie par 5 et on ajoute 3 » donne l'expression  $5x + 3$ . Le résultat est 28, donc :

$$5x + 3 = 28$$

**Résolution :**

$$5x = 28 - 3$$

$$5x = 25$$

$$x = 5$$

**Conclusion :** le nombre cherché est 5.

**Vérification :**  $5 \times 5 + 3 = 25 + 3 = 28$ . C'est correct.

### **Problème géométrique**

Le périmètre d'un rectangle est 54 cm. Sa longueur mesure 5 cm de plus que sa largeur. Calculer les dimensions de ce rectangle.

**Choix de l'inconnue :** on note  $x$  la largeur du rectangle (en cm).

La longueur vaut alors  $x + 5$ .

**Mise en équation :** le périmètre d'un rectangle est

$2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$ , donc :

$$2(x + x + 5) = 54$$

**Résolution :**

$$2(2x + 5) = 54$$

$$4x + 10 = 54$$

$$4x = 44$$

$$x = 11$$

**Conclusion :** la largeur est 11 cm et la longueur est  $11 + 5 = 16$  cm.

**Vérification :**  $2 \times (16 + 11) = 2 \times 27 = 54$  cm. C'est correct.

### **Problème de partage**

Deux amis se partagent 90 euros de telle manière que la part du premier soit le double de celle du second. Calculer la part de chacun.

**Choix de l'inconnue** : on note  $x$  la part du second (en euros).

La part du premier vaut alors  $2x$ .

**Mise en équation** : la somme des deux parts est 90 euros, donc :

$$x + 2x = 90$$

**Résolution** :

$$3x = 90$$

$$x = 30$$

**Conclusion** : le second reçoit 30 euros et le premier reçoit  $2 \times 30 = 60$  euros.

**Vérification** :  $30 + 60 = 90$  euros et  $60 = 2 \times 30$ . C'est correct.

### 1. Comment tester si un nombre est solution d'une équation ?

On remplace l'inconnue par ce nombre dans chaque membre de l'équation, on calcule séparément les deux résultats, et on compare : s'ils sont égaux, le nombre est solution.

Voir la fiche méthode : [Tester si un nombre est solution d'une équation](#) ↗

### 2. Comment résoudre une équation de la forme $ax + b = c$ ?

On isole d'abord le terme en  $x$  en soustrayant (ou ajoutant) la constante, puis on divise par le coefficient de  $x$ . On vérifie ensuite le résultat.

Voir la fiche méthode : [Résoudre une équation de la forme  \$ax + b = c\$](#)  ↗

### 3. Comment résoudre une équation avec $x$ dans les deux membres ?

On regroupe tous les termes en  $x$  d'un côté et tous les nombres de l'autre, puis on divise par le coefficient de  $x$ . Il faut d'abord développer les éventuelles parenthèses.

Voir la fiche méthode : [Résoudre une équation avec  \$x\$  dans les deux membres](#) ↗

#### 4. Comment résoudre une équation contenant des fractions ?

On multiplie les deux membres par le dénominateur (ou le plus petit multiple commun des dénominateurs) pour supprimer les fractions, puis on résout l'équation obtenue.

Voir la fiche méthode : [Résoudre une équation contenant des fractions](#) ↗

#### 5. Comment mettre un problème en équation ?

On suit quatre étapes : choisir l'inconnue et la nommer  $x$ , traduire l'énoncé par une équation, résoudre l'équation, puis interpréter le résultat et vérifier qu'il est cohérent avec l'énoncé.

Voir la fiche méthode : [Mettre un problème en équation](#) ↗

 [Télécharger en PDF](#)