Cosinus d’un angle aigu

DURÉE ESTIMÉE

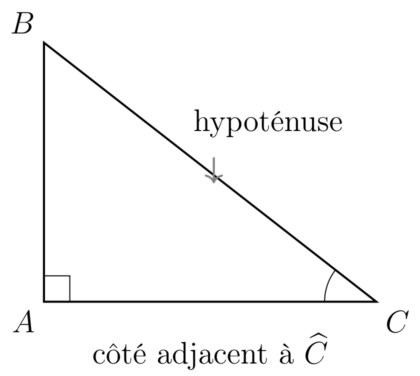
20 minutes

1. Côté adjacent et hypoténuse

Côté adjacent à un angle aigu

Dans un triangle rectangle, pour chaque angle aigu :

- L'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit (c'est le plus grand côté du triangle).
- Le **côté adjacent** à l'angle aigu est le côté de l'angle droit qui touche aussi cet angle.



Exemple

Le triangle ABC ci-dessus est rectangle en A. L'hypoténuse est $[BC]$.

- Pour l'angle $\widehat{BCA}$: le côté adjacent est $[CA]$.
- Pour l'angle $\widehat{ABC}$: le côté adjacent est $[BA]$.

Remarque

Le côté adjacent change selon l'angle aigu considéré, mais l'hypoténuse reste toujours la même : c'est le côté opposé à l'angle droit.

2. Cosinus d'un angle aigu

Cosinus d'un angle aigu

Dans un triangle rectangle, le **cosinus** d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent par la longueur de l'hypoténuse.
Si le triangle ABC est rectangle en A :

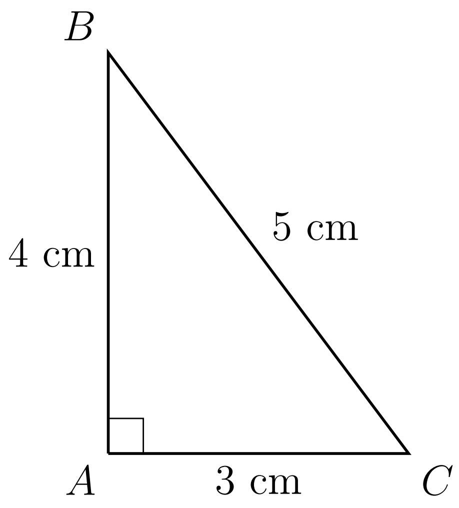
$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{BA}{BC} \text{ et } \cos(\widehat{BCA}) = \frac{CA}{BC}$$

Remarque

Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris strictement entre 0 et 1 (le côté adjacent est plus court que l'hypoténuse).
Le cosinus fait partie de la **trigonométrie**. En 3e, le sinus et la tangente compléteront cette notion.

Exemple

Le triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm et $BC = 5$ cm.



Le triangle est rectangle en A, donc $[BC]$ est l'hypoténuse.

$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{BA}{BC} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

$\cos(\widehat{BCA}) = \dfrac{CA}{BC} = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$

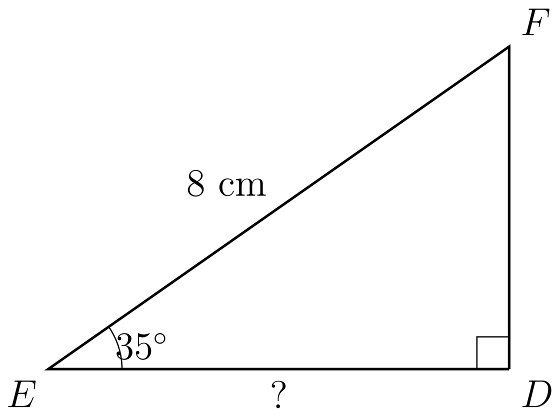
3. Calculer une longueur avec le cosinus

Lorsqu'on connaît un angle aigu et une longueur dans un triangle rectangle, on peut utiliser le cosinus pour calculer une autre longueur.

Calculer le côté adjacent

Le triangle DEF est rectangle en D tel que $EF = 8$ cm et $\widehat{DEF} = 35^\circ$.

Calculer DE.



Le triangle DEF est rectangle en D, donc $[EF]$ est l'hypoténuse.

Le côté adjacent à $\widehat{DEF}$ est $[DE]$.

$\cos(\widehat{DEF}) = \dfrac{DE}{EF}$

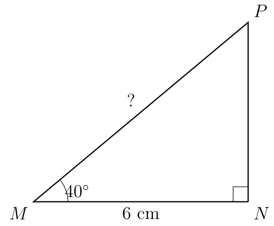
$\cos(35^\circ) = \dfrac{DE}{8}$

$DE = 8 \times \cos(35^\circ) \approx 8 \times 0{,}819 \approx 6{,}6$ cm

Calculer l'hypoténuse

Le triangle MNP est rectangle en N tel que $MN = 6$ cm et $\widehat{NMP} = 40^\circ$.

Calculer MP.



Le triangle MNP est rectangle en N, donc $[MP]$ est l'hypoténuse.

Le côté adjacent à $\widehat{NMP}$ est $[MN]$.

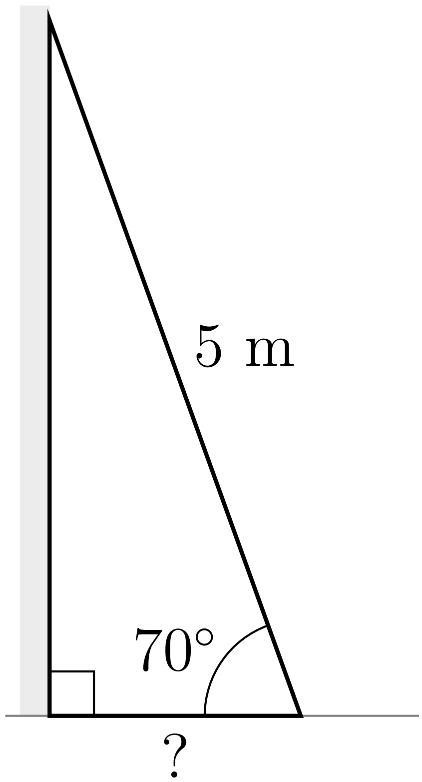
$\cos(\widehat{NMP}) = \dfrac{MN}{MP}$

$\cos(40^\circ) = \dfrac{6}{MP}$

Donc $MP = \dfrac{6}{\cos(40^\circ)} \approx \dfrac{6}{0{,}766} \approx 7{,}8$ cm

Problème concret

Une échelle de 5 m est appuyée contre un mur vertical. Elle forme un angle de 70° avec le sol. Calculer la distance entre le pied de l'échelle et le mur.



La situation forme un triangle rectangle (le mur est perpendiculaire au sol). L'échelle est l'hypoténuse (5 m). Notons d la distance cherchée : c'est le côté adjacent à l'angle de 70°.

$$\cos(70^\circ) = \frac{d}{5}$$

$$d = 5 \times \cos(70^\circ) \approx 5 \times 0{,}342 \approx 1{,}7 \text{ m}$$

Le pied de l'échelle est à environ $1{,}7$ m du mur.

Attention

- Identifier correctement le côté adjacent et l'hypoténuse **par rapport à l'angle** considéré.
- Vérifier que la calculatrice est en mode **degrés** (et non en radians).
- Le cosinus relie un angle au côté adjacent et à l'hypoténuse. Si on connaît deux côtés sans angle, on utilise le théorème de Pythagore.

4. Calculer la mesure d'un angle

Lorsqu'on connaît le côté adjacent et l'hypoténuse dans un triangle rectangle, on peut calculer la mesure de l'angle aigu grâce à la touche $\cos^{-1}$ (ou arccos) de la calculatrice.

Propriété

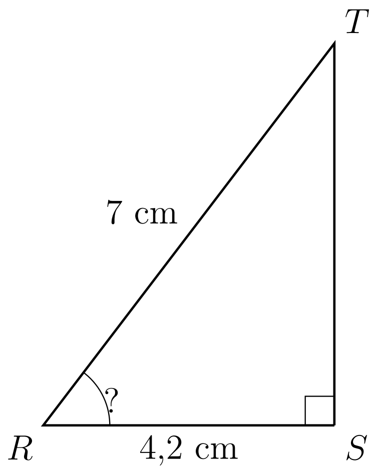
Si $\cos(\widehat{ABC}) = k$ alors $\widehat{ABC} = \cos^{-1}(k)$.

La touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice donne la mesure de l'angle dont le cosinus vaut k.

Exemple

Le triangle RST est rectangle en S tel que $RS = 4{,}2$ cm et $RT = 7$ cm.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{TRS}$, arrondie au degré.



Le triangle RST est rectangle en S, donc $[RT]$ est l'hypoténuse.

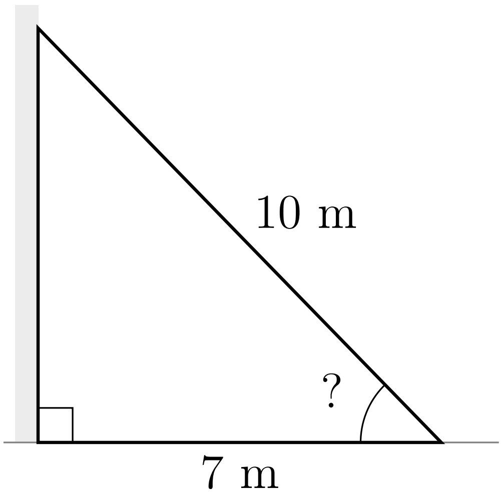
Le côté adjacent à $\widehat{TRS}$ est $[RS]$.

$$\cos(\widehat{TRS}) = \frac{RS}{RT} = \frac{4{,}2}{7} = 0{,}6$$

$$\widehat{TRS} = \cos^{-1}(0{,}6) \approx 53^\circ$$

Problème concret

Un câble de 10 m est tendu entre le sommet d'un poteau vertical et un point au sol situé à 7 m du pied du poteau. Calculer l'angle que fait le câble avec le sol, arrondi au degré.



La situation forme un triangle rectangle (le poteau est perpendiculaire au sol).

Le câble est l'hypoténuse (10 m) et la distance au sol est le côté adjacent (7 m). Notons α l'angle cherché.

$$\cos(\alpha) = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0{,}7) \approx 46^\circ$$

Le câble fait un angle d'environ 46° avec le sol.

Les questions essentielles

1. Comment calculer le côté adjacent avec le cosinus ?

On utilise la formule du cosinus : côté adjacent = hypoténuse $\times$ cos(angle). On multiplie l'hypoténuse par le cosinus de l'angle pour obtenir le côté adjacent.

Voir la fiche méthode : Calculer le côté adjacent avec le cosinus

2. Comment calculer l'hypoténuse avec le cosinus ?

On utilise la même formule en isolant l'hypoténuse : hypoténuse = côté adjacent / cos(angle). On divise le côté adjacent par le cosinus de l'angle.

Voir la fiche méthode : Calculer l'hypoténuse avec le cosinus

3. Comment calculer un angle avec le cosinus ?

On calcule le rapport côté adjacent sur hypoténuse, puis on utilise la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice pour obtenir la mesure de l'angle.

Voir la fiche méthode : Calculer la mesure d'un angle avec le cosinus

4. Comment résoudre un problème concret avec le cosinus ?

> On repère le triangle rectangle dans la situation, on identifie le côté adjacent et l'hypoténuse, puis on applique la formule du cosinus selon la grandeur cherchée (longueur ou angle).

> **Voir la fiche méthode :** Résoudre un problème concret avec le cosinus

Télécharger en PDF