

Symétrie centrale

DURÉE ESTIMÉE

25 minutes

OBJECTIFS DU CHAPITRE

Construire le symétrique d'un point par une symétrie centrale

Construire le symétrique d'une figure par une symétrie centrale

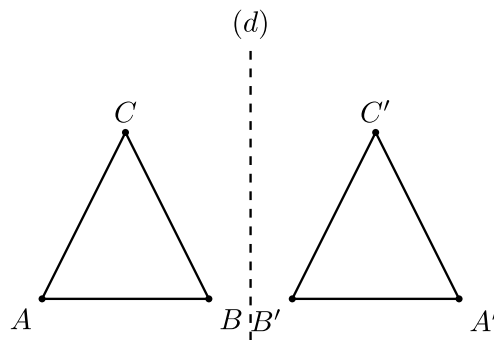
Utiliser les propriétés de la symétrie centrale

Reconnaître un axe ou un centre de symétrie d'une figure

1 - Rappel : la symétrie axiale

Symétrie axiale

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** (d) si elles se superposent quand on plie la feuille le long de cette droite. La droite (d) est appelée l'**axe de symétrie**.



Symétrique d'un point par rapport à une droite

Soit (d) une droite et A un point.

- Si A n'appartient pas à (d) , alors le symétrique de A par rapport à (d) est le point A' tel que (d) est la **médiatrice** du segment $[AA']$.
- Si A appartient à (d) , alors le symétrique de A par rapport à (d) est A lui-même.

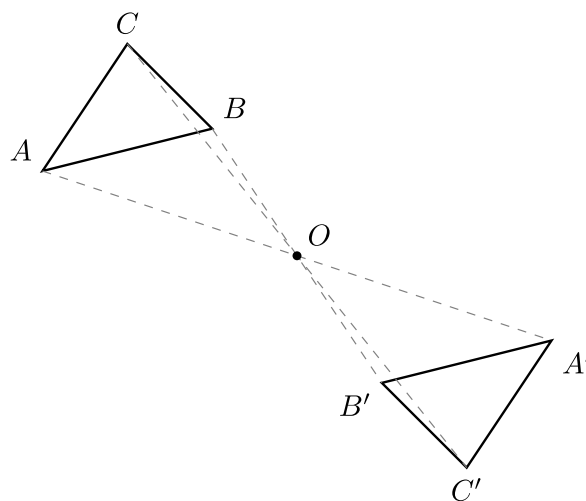
Remarque

La symétrie axiale correspond à un **pliage** : on imagine que la feuille se replie sur elle-même le long de l'axe.

2 - Symétrie centrale : définition

Symétrie centrale

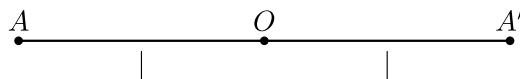
Deux figures sont **symétriques par rapport à un point O** si elles se superposent lorsqu'on effectue un **demi-tour** autour du point O . Le point O est appelé le **centre de symétrie**.



Symétrique d'un point par rapport à un point

Soit O un point. Par la symétrie de centre O :

- le symétrique d'un point A distinct de O est le point A' tel que O est le **milieu** du segment $[AA']$;
- le symétrique du point O est O lui-même.



Lire une symétrie centrale

Sur la figure ci-dessous, les points M et M' sont symétriques par rapport au point O . Cela signifie que O est le milieu du segment $[MM']$: les points M , O et M' sont alignés et $OM = OM'$.

Attention

Ne pas confondre les deux symétries :

- **symétrie axiale** : par rapport à une **droite** (un axe) ; elle correspond à un pliage ;

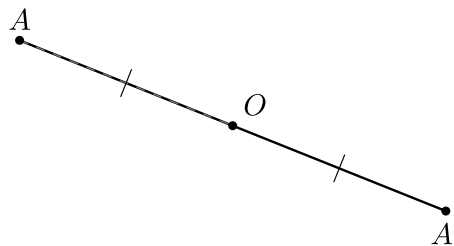
- **symétrie centrale** : par rapport à un **point** (un centre) ; elle correspond à un demi-tour.

3 - Construire le symétrique d'un point

Pour construire le symétrique d'un point A par rapport à un point O , il faut placer le point A' aligné avec A et O , tel que O soit au milieu de $[AA']$.

Avec la règle et le compas

1. Tracer la demi-droite $[AO)$.
2. Avec le compas, reporter la longueur AO à partir de O , de l'autre côté.
3. Placer le point A' sur cette demi-droite tel que $OA' = OA$.



Construire le symétrique d'un point

Construire le symétrique B' du point B par rapport au point O .

Étape 1 : Tracer la demi-droite $[BO)$.

Étape 2 : Avec le compas, prendre l'écartement OB , piquer en O et reporter cet écartement de l'autre côté pour obtenir le point B' .

Étape 3 : Vérifier que B, O, B' sont alignés et que $OB = OB'$.

Remarque

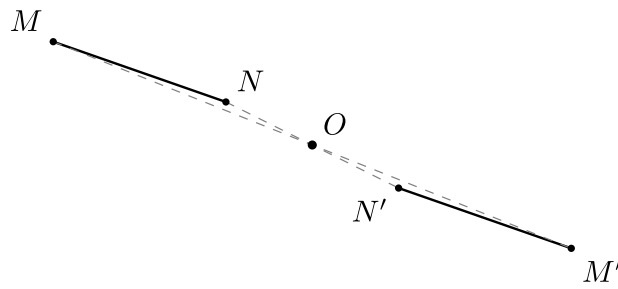
Sur une feuille quadrillée, on peut aussi compter les carreaux. Si, pour aller de A à O , on se déplace de 3 carreaux vers la droite et 2 carreaux vers le haut, alors pour aller de O à A' , on se déplace de 3 carreaux vers la droite et 2 carreaux vers le haut (on continue dans la même direction).

4 - Propriétés de la symétrie centrale

Conservation des longueurs

Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un **segment de même longueur**.

On dit que la symétrie centrale **conserve les longueurs**.

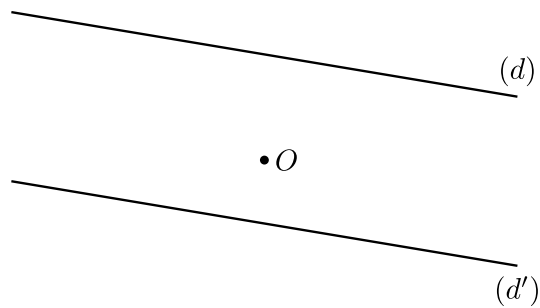


💡 Utiliser la conservation des longueurs

Les segments $[MN]$ et $[M'N']$ sont symétriques par rapport à un point O .
On sait que $MN = 4,5$ cm. La symétrie centrale conserve les longueurs,
donc $M'N' = MN = 4,5$ cm.

🛡️ Conservation des alignements et parallélisme

- Le symétrique d'une **droite** par rapport à un point est une **droite** : la symétrie centrale conserve l'alignement.
- Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont **parallèles**.



Deux droites symétriques sont parallèles

Les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport au point O . Par la propriété ci-dessus, les droites (d) et (d') sont parallèles.

Conservation des angles, des périmètres et des aires

Deux figures symétriques par rapport à un point ont la **même forme**. La symétrie centrale conserve :

- les mesures des **angles** ;
- les **périmètres** ;
- les **aires**.

Deux triangles symétriques

Le triangle $A'B'C'$ est le symétrique du triangle ABC par rapport à un point O . On sait que le triangle ABC a pour côtés $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm, $AC = 3$ cm et que l'angle $\widehat{BAC} = 37^\circ$.

La symétrie centrale conserve les longueurs et les angles, donc :

- $A'B' = 5 \text{ cm}$, $B'C' = 4 \text{ cm}$, $A'C' = 3 \text{ cm}$;
- $\widehat{B'A'C'} = 37^\circ$;
- le périmètre du triangle $A'B'C'$ vaut $5 + 4 + 3 = 12 \text{ cm}$, comme celui de ABC .

Remarque

La symétrie axiale possède les mêmes propriétés de conservation (longueurs, angles, périmètres, aires, alignement). En revanche, deux droites symétriques par rapport à une droite ne sont **pas** parallèles en général : c'est une spécificité de la symétrie centrale.

5 - Axes et centres de symétrie d'une figure

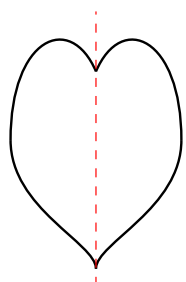
Certaines figures ont des propriétés de symétrie particulières : elles se superposent à elles-mêmes après un pliage ou un demi-tour.

Axe de symétrie d'une figure

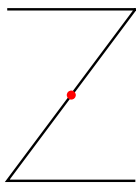
Une droite (d) est un **axe de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à (d) est **la figure elle-même**.

Centre de symétrie d'une figure

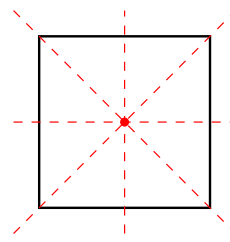
Un point O est un **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à O est **la figure elle-même**.



1 axe, 0 centre



0 axe, 1 centre



4 axes, 1 centre

Un parallélogramme a un centre de symétrie

Le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme est un centre de symétrie. En effet, en faisant un demi-tour autour de ce point, chaque sommet vient prendre la place du sommet opposé, et la figure se superpose à elle-même.

Le rectangle

Un rectangle possède :

- 2 axes de symétrie (les médiatrices des côtés) ;
- 1 centre de symétrie (le point d'intersection des diagonales).

 **Attention**

Une figure peut avoir **plusieurs axes** de symétrie mais **au plus un centre** de symétrie. Certaines figures n'ont aucun axe ni aucun centre (un triangle scalène, par exemple).

1. Comment construire le symétrique d'un point par rapport à un point ?

Tracer la demi-droite passant par le point et le centre, puis reporter au compas la même distance de l'autre côté du centre. Le centre doit être le milieu du segment formé par le point et son symétrique.

Voir la fiche méthode : [Construire le symétrique d'un point par une symétrie centrale](#)

2. Comment construire le symétrique d'une figure par rapport à un point ?

Construire un par un le symétrique de chaque sommet de la figure, puis relier les sommets images dans le même ordre. Pour un cercle, construire le symétrique du centre et conserver le rayon.

Voir la fiche méthode : [Construire le symétrique d'une figure par une symétrie centrale](#)

3. Comment utiliser les propriétés de la symétrie centrale dans un calcul ?

Identifier la propriété adaptée : conservation des longueurs pour un segment, conservation des angles pour une mesure, conservation de l'aire et du périmètre pour une figure, parallélisme pour deux droites symétriques.

Voir la fiche méthode : [Utiliser les propriétés de la symétrie centrale](#)

4. Comment reconnaître un axe ou un centre de symétrie d'une figure ?

Pour un axe, imaginer un pliage le long de la droite : la figure doit se superposer à elle-même. Pour un centre, imaginer un demi-tour autour du point : la figure doit retomber exactement sur elle-même.

Voir la fiche méthode : [Reconnaître un axe ou un centre de symétrie d'une figure](#)

↓ Télécharger en PDF