

Statistiques

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

1 - Série de données et vocabulaire

Série statistique

Une **série statistique** est une liste de données recueillies lors d'une enquête ou d'une observation.

- Chaque valeur observée s'appelle une **donnée** de la série.
- L'**effectif** d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît.
- L'**effectif total** est la somme de tous les effectifs.

Sondage sur la couleur préférée

On demande à 20 élèves leur couleur préférée. Voici les réponses :

bleu, rouge, bleu, vert, violet, bleu, vert, rouge, vert, vert, violet, violet, rose, vert, orange, bleu, rouge, bleu, orange, vert.

On regroupe les données dans un tableau d'effectifs :

| Couleur | bleu | rouge | vert | orange | violet | rose | Total |
|----------|------|-------|------|--------|--------|------|-------|
| Effectif | 5 | 3 | 6 | 2 | 3 | 1 | 20 |

L'effectif de la donnée « vert » est 6. L'effectif total est 20.

Remarque

La somme des effectifs est toujours égale à l'effectif total. C'est une façon rapide de vérifier qu'on n'a oublié aucune donnée.

2 - Fréquence d'une donnée

Fréquence

La **fréquence** d'une donnée est le quotient de son effectif par l'effectif total :

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$$

Propriétés des fréquences

- Une fréquence est toujours comprise entre 0 et 1.
- La somme de toutes les fréquences d'une série est égale à 1.
- Les fréquences sont proportionnelles aux effectifs.

Tableau des fréquences

On reprend la série du sondage précédent (effectif total 20). On calcule la fréquence de chaque couleur :

| Couleur | bleu | rouge | vert | orange | violet | rose | Total |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|
| Effectif | 5 | 3 | 6 | 2 | 3 | 1 | 20 |
| Fréquence | $\frac{5}{20}$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{6}{20}$ | $\frac{2}{20}$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{1}{20}$ | 1 |

On peut aussi donner ces fréquences en nombre décimal :

0,25 ; 0,15 ; 0,30 ; 0,10 ; 0,15 ; 0,05

Leur somme vaut bien 1.

Trois écritures d'une fréquence

Une fréquence peut être exprimée sous trois formes équivalentes : une **fraction**, un **nombre décimal** ou un **pourcentage**. Par exemple :

$$\frac{5}{20} = 0,25 = 25 \%$$

3 - Moyenne d'une série de données

Moyenne

La **moyenne** d'une série statistique est égale au quotient de la somme de toutes les données par l'effectif total :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Les notes d'Alice

Voici les cinq notes sur 20 obtenues par Alice en mathématiques :

$$11 \ ; \ 12,5 \ ; \ 14 \ ; \ 9,5 \ ; \ 13$$

Pour calculer sa moyenne, on fait la somme des notes puis on divise par le nombre de notes :

$$\frac{11 + 12,5 + 14 + 9,5 + 13}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

La moyenne d'Alice est donc 12/20.

Encadrement de la moyenne

La moyenne d'une série est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

Exemple

Dans l'exemple précédent, la plus petite note est 9,5 et la plus grande est 14 . On vérifie bien :

$$9,5 \leq 12 \leq 14$$

Attention

- La moyenne n'est pas forcément égale à l'une des données de la série.
- Il ne faut pas confondre la moyenne avec la demi-somme du minimum et du maximum : ces deux nombres sont en général différents.

4 - Moyenne pondérée

Moyenne à partir d'un tableau d'effectifs

Quand les données sont regroupées dans un tableau d'effectifs, la moyenne est égale à :

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des (valeur} \times \text{effectif)}}{\text{effectif total}}$$

On parle alors de **moyenne pondérée** : chaque valeur est comptée autant de fois que son effectif.

Notes d'un contrôle

Le professeur a relevé les notes sur 20 des 25 élèves d'une classe :

| | | | | | | |
|----------|---|----|----|----|----|-------|
| Note | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | Total |
| Effectif | 3 | 7 | 8 | 5 | 2 | 25 |

On calcule la somme pondérée :

$$8 \times 3 + 10 \times 7 + 12 \times 8 + 14 \times 5 + 16 \times 2 = 24 + 70 + 96 + 70 + 32 = 292$$

Puis on divise par l'effectif total :

$$\frac{292}{25} = 11,68$$

La moyenne de la classe est donc 11,68/20.

Remarque

On retrouve la moyenne simple en reprenant la définition : écrire la valeur 8 trois fois, la valeur 10 sept fois, etc., puis faire la somme de toutes les notes divisée par 25 donne le même résultat.

5 - Diagramme en bâtons

Règle du diagramme en bâtons

Dans un **diagramme en bâtons**, chaque donnée est représentée par un bâton vertical. Les **hauteurs des bâtons** sont **proportionnelles aux effectifs** de chaque donnée.

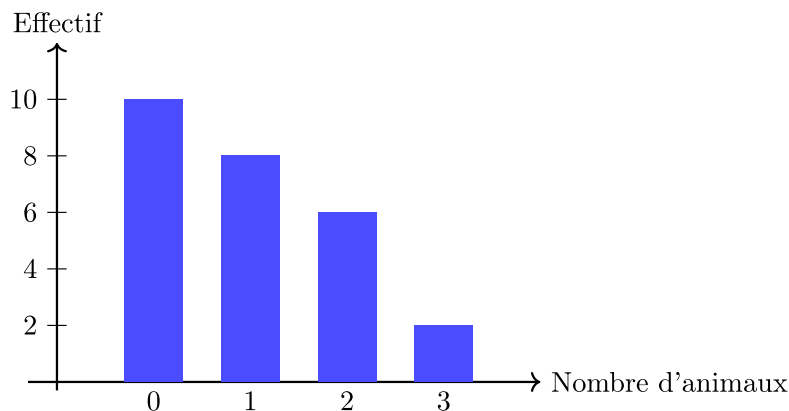
- Les valeurs de la donnée sont placées sur l'axe horizontal.
- Les effectifs sont lus sur l'axe vertical.
- On n'oublie pas de légender chaque axe.

Nombre d'animaux par élève

On a demandé à 26 élèves combien d'animaux familiers ils possédaient :

| | | | | |
|------------------|----|---|---|---|
| Nombre d'animaux | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Effectif | 10 | 8 | 6 | 2 |

On représente les effectifs par un diagramme en bâtons :



6 - Histogramme et regroupement en classes

Regroupement en classes

Quand les données sont nombreuses et variées, on les regroupe en **classes** (intervalles de même amplitude). On les représente par un **histogramme** : des rectangles côte à côte sans espace entre eux.

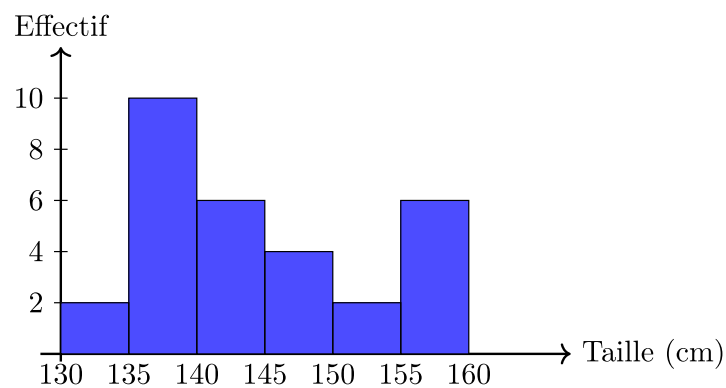
Lorsque les classes ont toutes la même amplitude, les **hauteurs des rectangles** sont **proportionnelles aux effectifs** des classes.

💡 Taille des élèves d'une classe

On a mesuré la taille (en centimètres) des 30 élèves d'une classe de 5e. Les résultats ont été regroupés en classes d'amplitude 5 cm :

| Taille (en cm) | [130 ; 135[| [135 ; 140[| [140 ; 145[| [145 ; 150[| [150 ; 155[| [155 ; 160[|
|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Effectif | 2 | 10 | 6 | 4 | 2 | 6 |

L'histogramme correspondant est :



⚠ Attention

Dans un histogramme, les rectangles sont **accolés** (sans espace) car les classes se suivent. Dans un diagramme en bâtons, les bâtons sont **séparés** car les valeurs sont distinctes.

7 - Diagramme circulaire

Règle du diagramme circulaire

Dans un **diagramme circulaire** (appelé aussi « camembert »), chaque donnée est représentée par un secteur du disque. Les **mesures des angles** sont **proportionnelles aux effectifs**.

L'effectif total correspond à un angle de 360° . On calcule l'angle correspondant à un effectif n par :

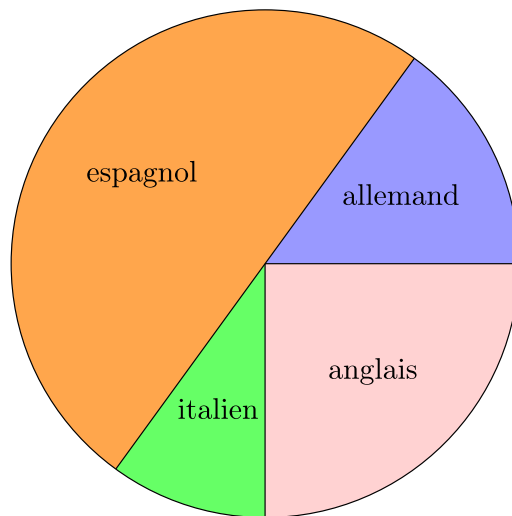
$$\text{angle} = \frac{n}{\text{effectif total}} \times 360$$

Seconde langue vivante

Dans un collège, on a recensé la seconde langue choisie par les 100 élèves de 5e :

| Langue | allemand | espagnol | italien | anglais | Total |
|--------------|----------|----------|---------|---------|-------|
| Effectif | 15 | 50 | 10 | 25 | 100 |
| Angle (en °) | 54 | 180 | 36 | 90 | 360 |

Comme l'effectif total est 100, chaque unité d'effectif vaut $\frac{360}{100} = 3,6$ degrés. On multiplie donc chaque effectif par 3,6 pour obtenir l'angle correspondant.



i Remarque

On peut aussi construire un **diagramme semi-circulaire** : l'effectif total correspond alors à 180° au lieu de 360° .

! Attention

La somme des angles d'un diagramme circulaire doit toujours valoir 360° . Si ce n'est pas le cas, c'est qu'il y a une erreur de calcul.

1. Comment calculer un effectif et une fréquence ?

On compte le nombre de fois où la donnée apparaît (effectif), puis on divise cet effectif par l'effectif total pour obtenir la fréquence. On peut exprimer la fréquence en fraction, en décimal ou en pourcentage.

Voir la fiche méthode : [Calculer un effectif et une fréquence](#)

2. Comment calculer la moyenne d'une liste de valeurs ?

On additionne toutes les valeurs de la liste, puis on divise la somme obtenue par le nombre de valeurs. Par exemple, la moyenne de 11, 12,5, 14, 9,5 et 13 est $\frac{60}{5} = 12$.

Voir la fiche méthode : [Calculer une moyenne simple](#)

3. Comment calculer une moyenne pondérée à partir d'un tableau ?

On multiplie chaque valeur par son effectif, on additionne tous les produits obtenus, puis on divise par l'effectif total. Cette méthode s'utilise dès que les données sont regroupées dans un tableau.

Voir la fiche méthode : [Calculer une moyenne pondérée](#)

4. Comment construire un diagramme en bâtons ?

On place les valeurs de la donnée sur l'axe horizontal et les effectifs sur l'axe vertical. Pour chaque valeur, on trace un bâton dont la hauteur correspond à l'effectif lu dans le tableau.

Voir la fiche méthode : [Construire un diagramme en bâtons](#)

5. Comment construire un diagramme circulaire ?

On calcule l'angle de chaque secteur grâce à la formule

$$\text{angle} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 360, \text{ puis on trace chaque secteur au}$$

rapporteur dans un disque. La somme des angles doit valoir 360° .

Voir la fiche méthode : [Construire un diagramme circulaire](#)

↓ Télécharger en PDF