SOLIDES ET REPÉRAGE (PRISMES, CYLINDRES) COURS

Solides et repérage (prismes, cylindres)

DURÉE ESTIMÉE

25 minutes

OBJECTIFS DU CHAPITRE

- Placer et lire un point sur une droite graduée
- Décrire un prisme droit
- Construire le patron d'un prisme droit
- Construire le patron d'un cylindre de révolution
- Dessiner un solide en perspective cavalière

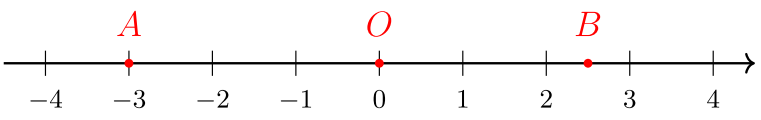
1 - Repérage sur une droite graduée

Droite graduée

Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a choisi :

- une **origine** (le point correspondant à 0),
- un **sens** (indiqué par une flèche),
- une **unité** de longueur (reportée régulièrement).

Chaque point de la droite est repéré par un unique nombre appelé son **abscisse**.



Exemple

Sur la droite graduée ci-dessus :

- Le point A a pour abscisse -3. On note $A(-3)$.

- Le point O a pour abscisse 0 : c'est l'origine.
- Le point B a pour abscisse $2{,}5$. On note $B(2{,}5)$.

Remarque

Une **demi-droite graduée** ne contient que des abscisses positives (à partir de l'origine). Une **droite graduée** contient aussi des abscisses négatives.

Distance entre deux points

Sur une droite graduée, la **distance** entre deux points est toujours un nombre **positif**. Pour la calculer, on retranche la plus petite abscisse à la plus grande.

Exemple

On considère les points $A(-3)$ et $B(2{,}5)$.

La plus grande abscisse est $2{,}5$, la plus petite est -3.

La distance AB est :

$$AB = 2{,}5 - (-3) = 2{,}5 + 3 = 5{,}5$$

Attention

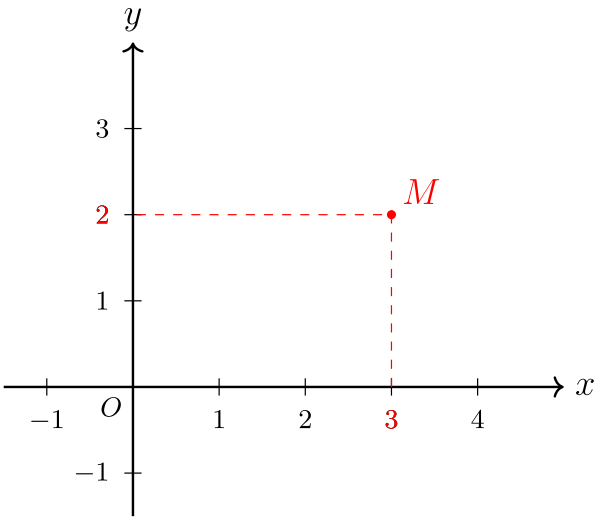
Ne pas confondre l'**abscisse** d'un point (un nombre qui peut être négatif) et la **distance** entre deux points (toujours positive).

2 - Repérage dans le plan

Repère du plan

Un **repère** du plan est formé de deux droites graduées **perpendiculaires** qui se coupent en un point O appelé **origine** du repère.

- L'axe horizontal est l'**axe des abscisses**.
- L'axe vertical est l'**axe des ordonnées**.



Coordonnées d'un point

Dans un repère, chaque point M est repéré par un couple de nombres $(x\,;\,y)$ appelé ses **coordonnées** :

- x est l'**abscisse** de M (lue sur l'axe horizontal),
- y est l'**ordonnée** de M (lue sur l'axe vertical).

On note $M(x\,;\,y)$.

Exemple

Sur le repère ci-dessus, le point M a pour abscisse 3 et pour ordonnée 2. On écrit $M(3\,;\,2)$.

Remarque

L'**ordre est important** dans un couple de coordonnées : le premier nombre est l'abscisse, le second est l'ordonnée. Le point $(3\,;\,2)$ n'est pas le même que le point $(2\,;\,3)$.

Coordonnées de l'origine et des axes

- L'origine O a pour coordonnées $(0\,;\,0)$.
- Un point de l'**axe des abscisses** a une ordonnée égale à 0.
- Un point de l'**axe des ordonnées** a une abscisse égale à 0.

Exemple

Le point $P(-2\,;\,0)$ est sur l'axe des abscisses.

Le point $Q(0\,;\,3)$ est sur l'axe des ordonnées.

Le point $R(-4\,;\,-1)$ a une abscisse négative et une ordonnée négative : il se situe en bas à gauche de l'origine.

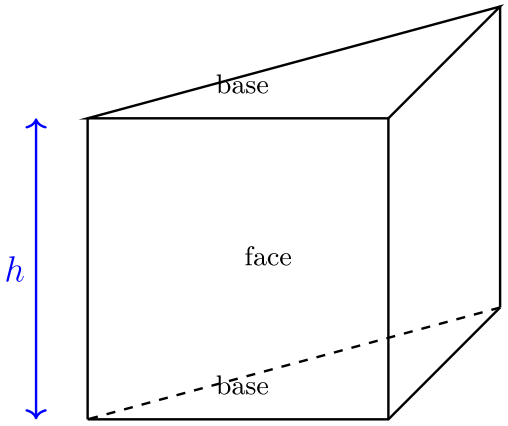
3 - Prisme droit

Prisme droit

Un **prisme droit** est un solide formé de :

- deux faces parallèles et superposables appelées **bases** (ce sont des polygones identiques),
- des **faces latérales** qui sont des **rectangles** perpendiculaires aux bases.

La **hauteur** du prisme est la distance entre les deux bases.



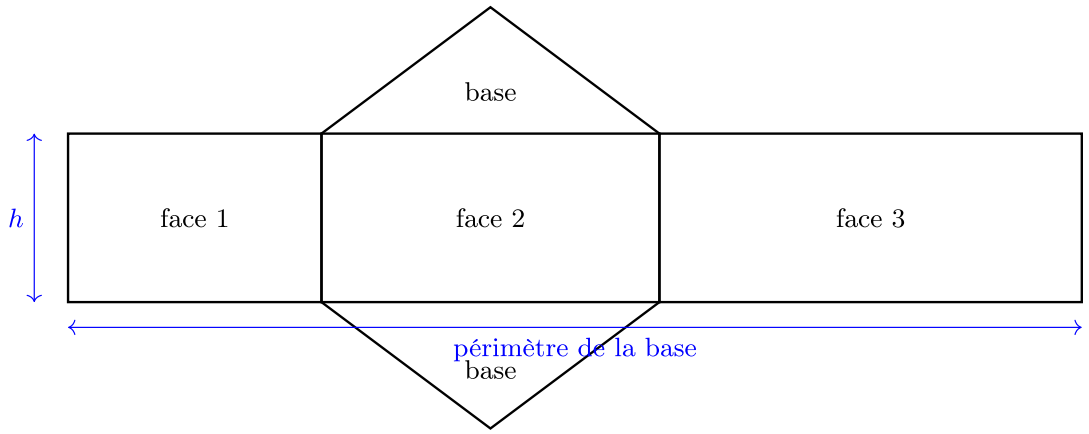
Remarque

Le **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) et le **cube** sont des cas particuliers de prismes droits : les bases sont des rectangles (ou des carrés pour le cube).

Patron d'un prisme droit

Un **patron** d'un solide est une figure plane qui, après pliage, permet de reconstituer le solide. Le patron d'un prisme droit est formé :

- des **deux bases** (polygones identiques),
- d'un **rectangle** correspondant aux faces latérales mises bout à bout : sa longueur est le **périmètre de la base** et sa largeur est la **hauteur** du prisme.



Exemple

On veut construire le patron d'un prisme droit de hauteur 4 cm dont la base est un triangle équilatéral de côté 3 cm.

- Chaque face latérale est un rectangle de 4 cm sur 3 cm.
- Il y a 3 faces latérales (autant que de côtés de la base).
- Les deux bases sont des triangles équilatéraux de côté 3 cm.

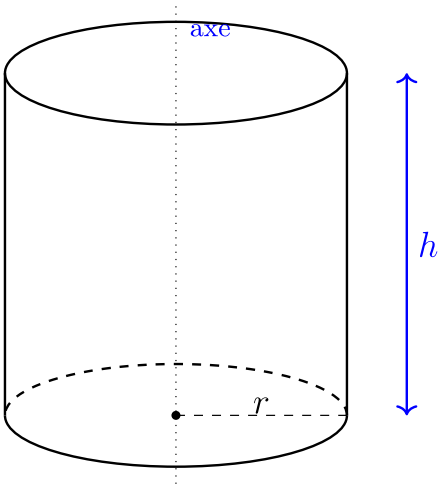
4 - Cylindre de révolution

Cylindre de révolution

Un **cylindre de révolution** est un solide formé de :

- deux **disques** parallèles et superposables appelés **bases**,
- une surface latérale qui, mise à plat, forme un **rectangle**.

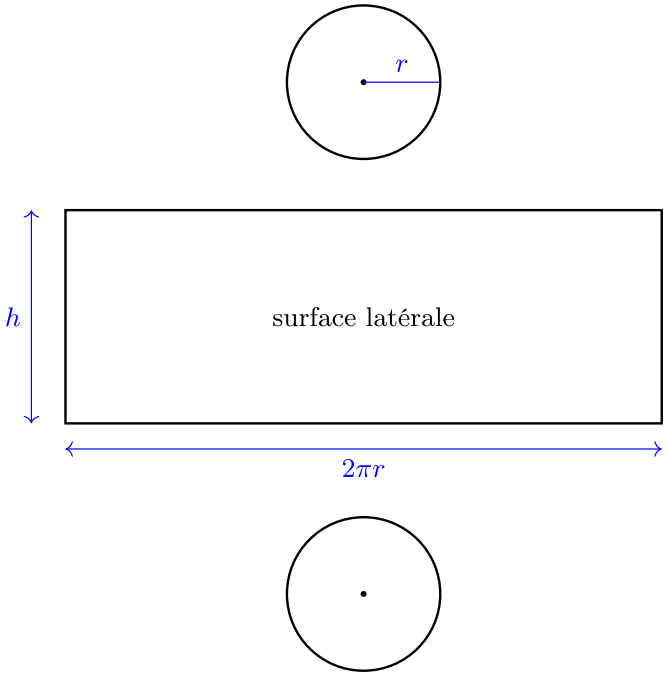
On obtient un cylindre en faisant tourner un rectangle autour d'un de ses côtés : ce côté est l'**axe** du cylindre.



Patron d'un cylindre

Le patron d'un cylindre de révolution de rayon r et de hauteur h est formé :

- des **deux disques** de rayon r (les bases),
- d'un **rectangle** dont une dimension est h et l'autre est le périmètre du cercle de base : $2 \times \pi \times r$.



Exemple

Un cylindre a pour rayon $r = 3$ cm et pour hauteur $h = 5$ cm.
La longueur du rectangle du patron est :

$$2 \times \pi \times 3 = 6\pi \approx 18{,}85 \text{ cm}$$

Sa largeur est 5 cm.

Attention

Pour tracer le patron d'un cylindre, il faut connaître π avec précision : la longueur du rectangle $2\pi r$ n'est pas un nombre entier. On prend en général une valeur approchée à $0{,}1$ cm près pour la construction.

5 - Volumes du prisme droit et du cylindre

Volume d'un prisme droit

Le volume d'un prisme droit est égal au produit de l'**aire d'une base** par la **hauteur** :

$$V = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$$

Exemple

Un prisme droit a pour base un triangle rectangle de côtés 3 cm et 4 cm. Sa hauteur est $h = 6$ cm.

Aire de la base : $\mathcal{A} = \dfrac{3 \times 4}{2} = 6$ cm².

Volume : $V = 6 \times 6 = 36$ cm³.

Volume d'un cylindre de révolution

Le volume d'un cylindre de révolution de rayon de base r et de hauteur h est :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Exemple

Un cylindre a pour rayon $r = 2$ cm et pour hauteur $h = 5$ cm.

$V = \pi \times 2^2 \times 5 = \pi \times 4 \times 5 = 20\pi$ cm³

$V \approx 20 \times 3{,}14 = 62{,}8$ cm³

Remarque

Le cylindre est en fait un cas particulier où la base est un disque. La formule $V = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$ s'applique toujours : pour un disque de rayon r, l'aire vaut $\pi \times r^2$.

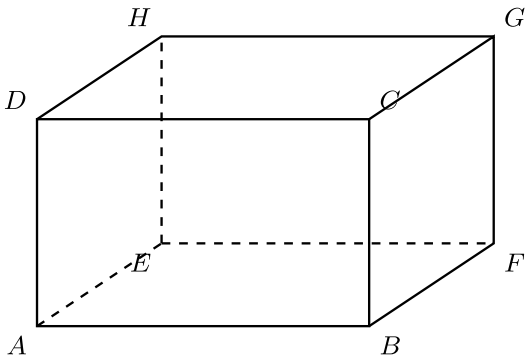
6 - Perspective cavalière

Perspective cavalière

La **perspective cavalière** est une manière de dessiner un solide à plat sur une feuille. Elle respecte trois règles :

- les faces situées dans le **plan de face** sont dessinées en vraie grandeur,
- les **arêtes parallèles** dans la réalité restent parallèles sur le dessin,
- les **arêtes cachées** (invisibles derrière le solide) sont dessinées en **pointillés**.

Les arêtes qui fuient vers l'arrière sont dessinées avec une longueur réduite et inclinées d'un angle choisi (souvent 30° ou 45°).



Exemple

Sur le pavé droit ci-dessus :

- La face $ABCD$ est représentée en vraie grandeur (c'est la face de devant).
- Le sommet E est le seul sommet caché (il est situé à l'arrière) : les trois arêtes issues de lui, $[EA]$, $[EF]$ et $[EH]$, sont dessinées en pointillés.
- Les arêtes parallèles dans la réalité (comme $[AB]$, $[DC]$, $[EF]$ et $[HG]$) restent parallèles sur le dessin.

Attention

En perspective cavalière, les **angles droits** de la réalité ne sont pas forcément représentés par des angles droits sur le dessin : c'est normal. De même, les **longueurs des arêtes fuyantes** ne sont pas en vraie grandeur.

Les questions essentielles

1. Comment placer un point sur une droite graduée ?

On repère l'origine 0 puis on compte les unités en suivant le sens de la flèche (vers la droite pour les abscisses positives, vers la gauche pour les négatives).

Voir la fiche méthode : Placer et lire un point sur une droite graduée

2. Comment lire ou placer les coordonnées d'un point dans un repère ?

On lit d'abord l'abscisse (axe horizontal) puis l'ordonnée (axe vertical). Pour placer un point de coordonnées $(x\,;\,y)$, on avance de x sur l'axe horizontal puis de y sur l'axe vertical.

Voir la fiche méthode : Repérer un point dans le plan

3. Comment décrire un prisme droit ?

On indique la forme de sa base (polygone) et sa hauteur, puis on compte ses faces, ses arêtes et ses sommets en s'appuyant sur la forme de la base.

Voir la fiche méthode : Décrire un prisme droit

4. Comment construire le patron d'un prisme droit ?

On dessine les deux bases identiques et un rectangle dont la longueur est le périmètre de la base et la largeur la hauteur du prisme, éventuellement découpé en autant de rectangles qu'il y a de côtés.

Voir la fiche méthode : Construire le patron d'un prisme droit

5. Comment construire le patron d'un cylindre ?

On dessine les deux disques de base (rayon r) et un rectangle de longueur $2\pi r$ et de largeur h.

Voir la fiche méthode : Construire le patron d'un cylindre de révolution

6. Comment représenter un solide en perspective cavalière ?

On trace la face avant en vraie grandeur, on reporte les arêtes fuyantes parallèles avec une longueur réduite et un angle constant, puis on dessine les arêtes cachées en pointillés.

Voir la fiche méthode : Dessiner un solide en perspective cavalière