

Probabilités

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

1 - Expérience aléatoire et issues

Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience qui fait intervenir le hasard : on ne peut pas prévoir son résultat à l'avance, mais on peut lister tous les résultats possibles.

Chacun de ces résultats possibles s'appelle une **issue**.

Lancer d'un dé

On lance un dé à 6 faces non truqué et on regarde le numéro inscrit sur la face du dessus.

- On ne peut pas prévoir le résultat à l'avance : c'est bien une expérience aléatoire.

- Les issues possibles sont : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Lancer d'une pièce

On lance une pièce de monnaie équilibrée et on regarde la face obtenue.
Les issues sont : « Pile » et « Face ».

Tirage dans une urne

Une urne contient 4 boules rouges et 3 boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur.
Les issues possibles sont : « rouge » et « verte ».

Remarque

Toutes les expériences ne sont pas aléatoires. Par exemple, appuyer sur la touche 5 d'une calculatrice et regarder le chiffre affiché n'est pas aléatoire : on sait à l'avance qu'on obtiendra 5.

2 - Événements

Événement

Un **événement** est un résultat ou un ensemble de résultats possibles d'une expérience aléatoire.

Selon l'issue obtenue, on dit que l'événement est **réalisé** ou **non réalisé**.

Exemple

On lance un dé à 6 faces non truqué. On s'intéresse à l'événement A : « Obtenir un nombre pair ».

- Si on obtient 2, 4 ou 6, l'événement A est réalisé.
- Si on obtient 1, 3 ou 5, l'événement A n'est pas réalisé.

On dit que les issues 2, 4 et 6 **réalisent** l'événement A.

Remarque

Une seule issue peut aussi former un événement : par exemple, « Obtenir 3 » lors du lancer du dé est un événement réalisé uniquement quand la face 3 apparaît.

3 - La probabilité d'un événement

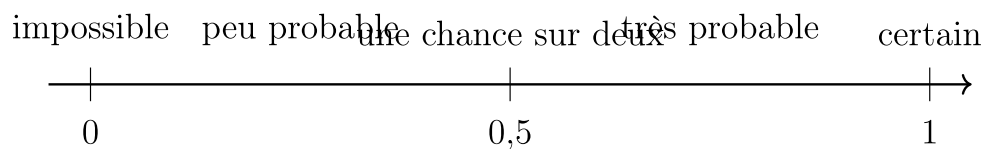
Probabilité

La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la chance que cet événement se réalise.

- Plus la probabilité est proche de 1, plus l'événement a de chances de se réaliser.
- Plus la probabilité est proche de 0, moins il a de chances de se réaliser.

Échelle des probabilités

On peut situer un événement sur l'échelle des probabilités, entre 0 (impossible) et 1 (certain).



Événements impossible et certain

- Un événement qui ne peut jamais se réaliser est dit **impossible** : sa probabilité est égale à 0.
- Un événement qui se réalise à coup sûr est dit **certain** : sa probabilité est égale à 1.

Exemple

On lance un dé à 6 faces.

- L'événement « Obtenir 7 » est **impossible** : sa probabilité vaut 0.
- L'événement « Obtenir un nombre entre 1 et 6 » est **certain** : sa probabilité vaut 1.

Trois façons d'exprimer une probabilité

Une probabilité peut s'écrire sous plusieurs formes : une **fraction**, un **nombre décimal** ou un **pourcentage**.

Exemple

Une probabilité de « une chance sur deux » peut s'écrire de trois façons équivalentes :

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 50 \%$$

De la même façon, « trois chances sur dix » s'écrit :

$$\frac{3}{10} = 0,3 = 30 \%$$

4 - Équiprobabilité

Issues équiprobables

Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la **même probabilité** de se produire, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

Exemple

Voici des situations d'équiprobabilité courantes :

- Le lancer d'un dé non truqué : chaque face a la même chance de sortir.
- Le lancer d'une pièce équilibrée : « Pile » et « Face » ont la même chance.
- Le tirage d'une carte dans un jeu bien mélangé : chaque carte a la même chance d'être tirée.

Probabilité d'une issue en équiprobabilité

Si une expérience aléatoire comporte n issues équiprobables, alors la probabilité de chacune de ces issues vaut :

$$\frac{1}{n}$$

Dé à 6 faces

On lance un dé à 6 faces non truqué. Les 6 issues sont équiprobables.

La probabilité d'obtenir 4 vaut :

$$\frac{1}{6}$$

Cette valeur est la même pour chacune des six faces.

Dé à 12 faces

On lance un dé non truqué à 12 faces numérotées de 1 à 12.

La probabilité d'obtenir 7 vaut $\frac{1}{12}$.

Attention

La formule $\frac{1}{n}$ ne s'applique que si les issues sont équiprobables. Avec un dé **truqué** par exemple, certaines faces sortent plus souvent que d'autres : les

issues ne sont plus équiprobables.

5 - Probabilité d'un événement en équiprobabilité

Probabilité d'un événement

Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables, la probabilité d'un événement A se calcule par :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent A}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Un nombre pair avec un dé

On lance un dé à 6 faces non truqué. On considère l'événement A : « Obtenir un nombre pair ».

Les issues qui réalisent A sont : 2, 4 et 6. Il y en a 3.

Le nombre total d'issues est 6.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

La probabilité d'obtenir un nombre pair est donc $\frac{1}{2}$, soit 50 %.

Tirage dans une urne

Une urne contient 4 boules rouges, 3 boules vertes et 2 boules bleues, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

Il y a $4 + 3 + 2 = 9$ boules au total, et le tirage est équiprobable (les boules sont indiscernables).

On considère l'événement B : « Tirer une boule rouge ».

Le nombre de boules rouges est 4, donc :

$$P(B) = \frac{4}{9}$$

Dans une classe

Dans une classe de 25 élèves, il y a 15 filles. On choisit un élève au hasard. Le choix est équiprobable car chaque élève a la même chance d'être choisi.

On considère l'événement C : « L'élève choisi est une fille ».

$$P(C) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$$

Attention

- Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Un résultat négatif ou supérieur à 1 signale une erreur.
- Le nombre d'issues favorables se place au **numérateur**, le nombre total d'issues au **dénominateur**. Il ne faut pas les inverser.

6 - Somme des probabilités des issues

Propriété

Dans une expérience aléatoire, la somme des probabilités de toutes les issues est toujours égale à 1.

Exemple

On lance un dé à 6 faces non truqué. Chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{6}$.

La somme des six probabilités vaut :

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Dé truqué

On lance un dé à 6 faces qui est truqué. Les probabilités des six issues sont données dans le tableau suivant :

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,1	0,2	0,2	0,15	0,25

On vérifie :

$$0,1 + 0,1 + 0,2 + 0,2 + 0,15 + 0,25 = 1$$

La somme des probabilités est bien égale à 1.

 **Remarque**

Cette propriété permet de retrouver la probabilité d'une issue quand on connaît les autres : il suffit de faire la différence entre 1 et la somme des probabilités connues.

1. Comment décrire une expérience aléatoire et lister ses issues ?

On vérifie que le résultat n'est pas prévisible, puis on énumère tous les résultats possibles. Par exemple, pour le lancer d'un dé à 6 faces, les issues sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Voir la fiche méthode : [Décrire une expérience aléatoire et lister ses issues](#) ↗

2. Comment situer un événement sur l'échelle des probabilités ?

On évalue les chances qu'il se réalise : de « impossible » (probabilité 0) à « certain » (probabilité 1), en passant par « peu probable », « une chance sur deux » et « très probable ».

Voir la fiche méthode : [Situer un événement sur l'échelle des probabilités](#) ↗

3. Comment calculer une probabilité en situation d'équiprobabilité ?

On divise le nombre d'issues qui réalisent l'événement par le nombre total d'issues. Par exemple, la probabilité d'obtenir un

nombre pair avec un dé à 6 faces est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Voir la fiche méthode : [Calculer une probabilité en situation d'équiprobabilité ↗](#)

4. Comment exprimer une probabilité sous différentes formes ?

Une probabilité peut s'écrire en fraction, en nombre décimal ou en pourcentage. On passe de la fraction au décimal par division, puis du décimal au pourcentage en multipliant par 100.

Voir la fiche méthode : [Exprimer une probabilité sous différentes formes ↗](#)

5. Comment déterminer les issues qui réalisent un événement ?

On liste d'abord toutes les issues de l'expérience, puis on ne garde que celles qui correspondent à la description de l'événement.

Voir la fiche méthode : [Déterminer les issues qui réalisent un événement ↗](#)