# Parallélogrammes

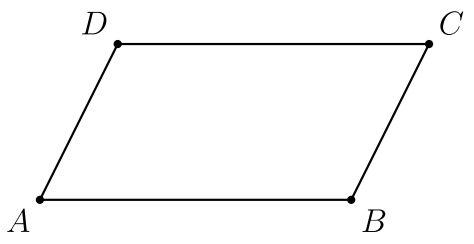
DURÉE ESTIMÉE

**20 minutes**

## 1 - Définition et vocabulaire

### Parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont **parallèles deux à deux**.




### Lire un parallélogramme

Dans le parallélogramme $ABCD$ ci-dessus :

- les côtés opposés sont $[AB]$ et $[DC]$ d'une part, $[AD]$ et $[BC]$ d'autre part ;
- les droites $(AB)$ et $(DC)$ sont parallèles ;
- les droites $(AD)$ et $(BC)$ sont parallèles.

**Remarque**

Les sommets d'un parallélogramme se nomment toujours **dans l'ordre**, en tournant autour de la figure. Ainsi $ABCD$ et $ABDC$ ne désignent pas le même quadrilatère.

## 2 - Propriétés du parallélogramme

**Côtés opposés**

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses **côtés opposés ont la même longueur**.

Dans le parallélogramme $ABCD$ : $AB = DC$ et $AD = BC$.

## Angles opposés

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses **angles opposés ont la même mesure**.

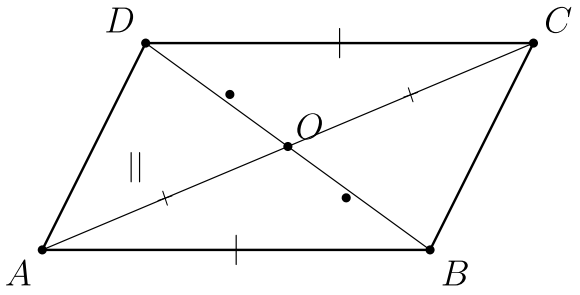
Dans le parallélogramme $ABCD$ : $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

## Diagonales

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses **diagonales se coupent en leur milieu**.

Le point d'intersection des diagonales est appelé le **centre** du parallélogramme.

||




## Utiliser les longueurs

$EFGH$ est un parallélogramme avec $EF = 6$ cm et $FG = 4{,}5$ cm.
Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur, donc :

$HG = EF = 6$ cm et $EH = FG = 4{,}5$ cm.

**Utiliser les diagonales**

$MNPQ$ est un parallélogramme de centre $O$ avec $OM = 3$ cm et $ON = 2{,}5$ cm.

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, donc $O$ est le milieu de $[MP]$ et de $[NQ]$.

On a donc :

$MP = 2 \times OM = 2 \times 3 = 6$ cm et $NQ = 2 \times ON = 2 \times 2{,}5 = 5$ cm.

**Attention**

Dans un parallélogramme quelconque, les **diagonales ne sont pas égales** et ne sont pas perpendiculaires. Ces particularités caractérisent certains parallélogrammes : le rectangle et le losange.

# 3 - Reconnaître un parallélogramme

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, on peut utiliser l'une des trois propriétés suivantes.

### Reconnaître avec les diagonales

Si les **diagonales** d'un quadrilatère **se coupent en leur milieu**, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

### Reconnaître avec les côtés opposés

Si un quadrilatère **non croisé** a ses **côtés opposés deux à deux de même longueur**, alors c'est un parallélogramme.

### Reconnaître avec deux côtés

Si un quadrilatère **non croisé** a **deux côtés opposés parallèles et de même longueur**, alors c'est un parallélogramme.

### Avec les diagonales

$RSTU$ est un quadrilatère dont les diagonales $[RT]$ et $[SU]$ se coupent en un point $I$ tel que $I$ est le milieu de $[RT]$ et le milieu de $[SU]$.

Les diagonales se coupent en leur milieu, donc $RSTU$ est un parallélogramme.

### Avec deux côtés opposés

$ABCD$ est un quadrilatère non croisé tel que $[AB]$ et $[DC]$ sont parallèles et $AB = DC = 5$ cm.

Deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur, donc $ABCD$ est un parallélogramme.

### Attention

La précision « non croisé » est importante : un quadrilatère croisé peut avoir ses côtés opposés de même longueur sans être un parallélogramme.

## 4 - Parallélogrammes particuliers

### Rectangle

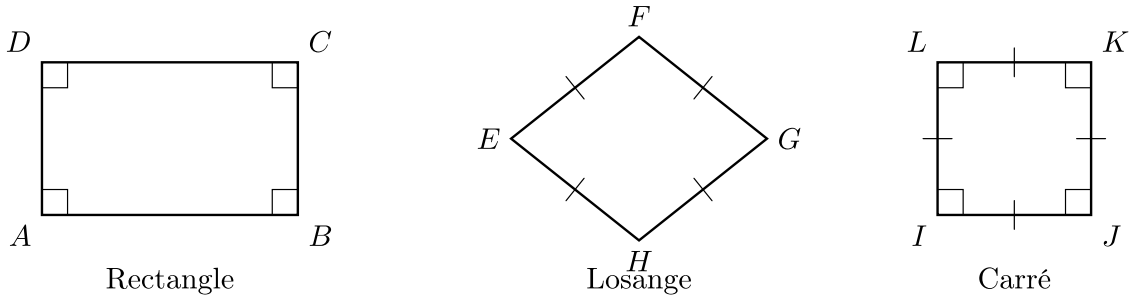
Un **rectangle** est un quadrilatère qui a **quatre angles droits**.

### Losange

Un **losange** est un quadrilatère qui a **quatre côtés de même longueur**.

## Carré

Un **carré** est un quadrilatère qui a **quatre angles droits** et **quatre côtés de même longueur**.




## Les parallélogrammes particuliers

Un rectangle, un losange et un carré sont des **parallélogrammes**. Ils possèdent donc toutes les propriétés du parallélogramme.

## Remarque

Un **carré** est à la fois un rectangle (il a quatre angles droits) et un losange (il a quatre côtés de même longueur). Le carré est le seul quadrilatère qui cumule ces deux familles.

### Un carré est un losange

Soit $IJKL$ un carré de côté $4$ cm. Tous ses côtés mesurent $4$ cm, donc $IJKL$ a quatre côtés de même longueur : c'est un losange.

## 5 - Construire un parallélogramme

Pour construire un parallélogramme, on utilise soit la définition, soit une de ses propriétés.

### Deux méthodes courantes

- **Avec les côtés parallèles** (définition) : on utilise la règle et l'équerre pour tracer des parallèles.
- **Avec les côtés opposés de même longueur** (propriété) : on utilise la règle et le compas pour reporter les longueurs.

### Construire avec le compas

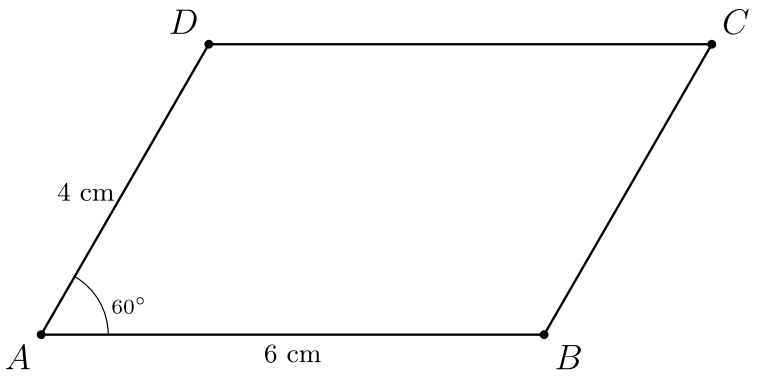
Construire le parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 6$ cm, $AD = 4$ cm et $\widehat{DAB} = 60^\circ$.

**Étape 1 :** Tracer le segment $[AB]$ de longueur $6$ cm.

**Étape 2 :** Au point $A$, tracer au rapporteur une demi-droite formant un angle de $60^\circ$ avec $[AB]$. Placer $D$ sur cette demi-droite à $4$ cm de $A$.

**Étape 3 :** Les côtés opposés sont égaux. Avec le compas, tracer un arc de cercle de centre $D$ et de rayon $6$ cm, puis un arc de cercle de centre $B$ et de rayon $4$ cm. Le point $C$ est à l'intersection des deux arcs.

**Étape 4 :** Tracer les segments $[DC]$ et $[BC]$.




## Remarque

On peut aussi construire un parallélogramme à partir de ses **diagonales** : tracer les deux diagonales de sorte qu'elles se coupent en leur milieu, puis relier les quatre extrémités dans l'ordre.

## Les questions essentielles

### 1. Comment construire un parallélogramme avec la règle et le compas ?

Tracer un premier côté, puis utiliser les propriétés : côtés opposés de même longueur (compas) ou côtés parallèles (règle et équerre). Pour un parallélogramme défini par un angle, reporter l'angle au rapporteur avant.

**Voir la fiche méthode :** Construire un parallélogramme

### 2. Comment calculer une longueur ou un angle dans un parallélogramme ?

Identifier les côtés opposés (mêmes longueurs), les angles opposés (mêmes mesures) et les diagonales (elles se coupent en leur milieu), puis appliquer la propriété adaptée.

**Voir la fiche méthode :** Calculer une longueur ou un angle dans un parallélogramme

### 3. Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

Choisir l'une des trois propriétés réciproques selon les données : diagonales qui se coupent en leur milieu, côtés opposés deux à

deux de même longueur, ou deux côtés opposés parallèles et de même longueur.

**Voir la fiche méthode :** Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

### 4. Comment reconnaître un rectangle, un losange ou un carré ?

Vérifier les angles droits (rectangle), l'égalité des quatre côtés (losange), ou les deux à la fois (carré). Ces trois figures sont des parallélogrammes particuliers.

**Voir la fiche méthode :** Reconnaître un parallélogramme particulier

**Télécharger en PDF**