

Opérations sur les fractions

DURÉE ESTIMÉE

15 minutes

1 - Addition et soustraction de fractions de même dénominateur

🛡️ Addition et soustraction

Pour **additionner** (ou **soustraire**) deux fractions qui ont le **même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le même dénominateur :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

💡 Exemple

- $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4 + 2}{7} = \frac{6}{7}$
- $\frac{11}{5} - \frac{3}{5} = \frac{11 - 3}{5} = \frac{8}{5}$

- $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (on simplifie le résultat)

Attention

On additionne (ou soustrait) les **numérateurs** uniquement. Le dénominateur ne change pas.

Erreur classique : écrire $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10}$. Le résultat correct est

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1.$$

2 - Addition et soustraction de fractions de dénominateurs différents

Propriété

Pour additionner ou soustraire des fractions qui n'ont **pas le même dénominateur**, on commence par les **réduire au même dénominateur** en utilisant la propriété des fractions égales, puis on applique la règle précédente.

Dénominateurs multiples l'un de l'autre

Calculer $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$.

Le dénominateur 8 est un multiple de 4 (car $4 \times 2 = 8$). On écrit $\frac{3}{4}$ avec le

dénominateur 8 :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$$

Cas général

Calculer $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$.

Les dénominateurs 3 et 4 n'ont pas de lien de multiple. On utilise le produit

$3 \times 4 = 12$ comme dénominateur commun :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \text{ et } \frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

Utiliser le plus petit multiple commun

Calculer $\frac{5}{6} + \frac{7}{4}$.

Les dénominateurs sont 6 et 4. Le plus petit multiple commun de 6 et 4 est 12 (et non $24 = 6 \times 4$).

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12} \text{ et } \frac{7}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{21}{12}$$
$$\frac{5}{6} + \frac{7}{4} = \frac{10}{12} + \frac{21}{12} = \frac{31}{12}$$

Entier et fraction

Calculer $3 - \frac{11}{6}$.

On écrit 3 sous forme de fraction de dénominateur 6 : $3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \times 6}{1 \times 6} = \frac{18}{6}$

$$3 - \frac{11}{6} = \frac{18}{6} - \frac{11}{6} = \frac{7}{6}$$

Remarque

Lorsqu'aucun des dénominateurs n'est multiple de l'autre, on peut toujours utiliser leur produit comme dénominateur commun. Mais il est souvent plus simple de chercher le **plus petit multiple commun** (PPCM) pour éviter de manipuler de grands nombres.

3 - Multiplier une fraction par un nombre

Propriété

Pour multiplier une fraction par un nombre c , on multiplie le **numérateur** par c et on garde le même dénominateur :

$$c \times \frac{a}{b} = \frac{c \times a}{b}$$

Exemple

- $3 \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7}$
- $4 \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{3} = \frac{8}{3}$
- $1,5 \times \frac{4}{5} = \frac{1,5 \times 4}{5} = \frac{6}{5}$

Remarque

On peut simplifier **avant** de multiplier pour obtenir directement un résultat plus simple.

$6 \times \frac{5}{9} = \frac{6 \times 5}{9}$. Or 6 et 9 sont divisibles par 3 : on simplifie $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, donc

$$6 \times \frac{5}{9} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}.$$

Attention

Cette règle permet de multiplier une fraction par un nombre entier ou décimal. La multiplication de deux fractions entre elles est au programme de 4e.

4 - Prendre une fraction d'une quantité

Définition

Prendre $\frac{a}{b}$ d'une quantité, c'est **multiplier** cette quantité par $\frac{a}{b}$.

Exemple

Calculer les $\frac{2}{3}$ de 45 kg.

$$\frac{2}{3} \times 45 = \frac{2 \times 45}{3} = \frac{90}{3} = 30$$

Les $\frac{2}{3}$ de 45 kg font 30 kg.

Exemple

Un réservoir contient 60 L d'eau. On en utilise les $\frac{3}{4}$. Quel volume a été utilisé ?

$$\frac{3}{4} \times 60 = \frac{3 \times 60}{4} = \frac{180}{4} = 45$$

On a utilisé 45 L.

ⓘ Remarque

Pour calculer $\frac{a}{b}$ d'une quantité q , on peut procéder en deux étapes :

- **Diviser** q par b (on obtient $\frac{1}{b}$ de la quantité),
- **Multiplier** le résultat par a .

Par exemple, $\frac{3}{4}$ de 60 : on calcule $60 \div 4 = 15$, puis $15 \times 3 = 45$.

1. Comment additionner ou soustraire des fractions ?

Si les fractions ont le même dénominateur, on additionne (ou soustrait) les numérateurs en gardant le dénominateur. Sinon, on réduit d'abord au même dénominateur.

Voir la fiche méthode : [Additionner ou soustraire des fractions](#) ↗

2. Comment multiplier une fraction par un nombre ?

On multiplie le numérateur par le nombre et on garde le dénominateur. On peut simplifier avant ou après la multiplication.

Voir la fiche méthode : [Multiplier une fraction par un nombre](#) ↗

3. Comment calculer la fraction d'une quantité ?

Prendre une fraction d'une quantité revient à multiplier la quantité par la fraction. On peut diviser d'abord par le dénominateur, puis multiplier par le numérateur.

Voir la fiche méthode : [Calculer la fraction d'une quantité](#) ↗

4. Comment résoudre un problème avec des fractions ?

On repère les données, on traduit l'énoncé en calcul fractionnaire (addition, soustraction ou fraction d'une quantité), on effectue les calculs et on interprète le résultat dans le contexte du problème.

Voir la fiche méthode : [Résoudre un problème avec des fractions](#) ↗