NOMBRES RELATIFS

COURS

Nombres relatifs

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

OBJECTIFS DU CHAPITRE

- Comparer et ranger des nombres relatifs
- Repérer un point dans le plan
- Additionner des nombres relatifs
- Soustraire des nombres relatifs
- Calculer une somme algébrique

1 - Nombres positifs et nombres négatifs

Définition

- Un **nombre positif** est un nombre supérieur ou égal à zéro. On le note avec le signe $+$ ou sans signe.
- Un **nombre négatif** est un nombre inférieur à zéro. On le note avec le signe $-$.

Les nombres positifs et les nombres négatifs forment l'ensemble des **nombres relatifs**.

Exemple

- $+3{,}2$ (ou simplement $3{,}2$) est un nombre positif.
- $-5{,}4$ est un nombre négatif.
- 0 est le seul nombre qui est à la fois positif et négatif.

Remarque

Les nombres relatifs apparaissent dans de nombreuses situations courantes : températures en dessous de 0°C (il fait -3°C), altitudes sous le niveau de la mer (la mer Morte est à -400 m), dates

avant J.-C.

Distance à zéro

La **distance à zéro** d'un nombre relatif est la distance entre ce nombre et 0 sur une droite graduée. Elle est toujours positive ou nulle.

Exemple

- La distance à zéro de $+7$ est 7.
- La distance à zéro de $-4{,}5$ est $4{,}5$.
- La distance à zéro de 0 est 0.

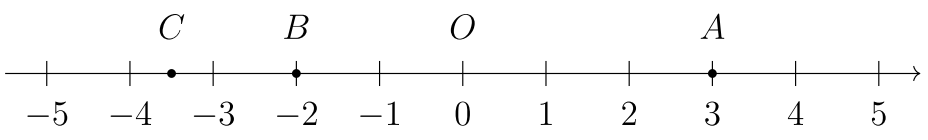
2 - Repérage sur une droite graduée

Définition

Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a choisi :

- une **origine** (le point O, associé au nombre 0),
- un **sens** (indiqué par une flèche),
- une **unité de longueur**, reportée régulièrement de part et d'autre de l'origine.

Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif appelé son **abscisse**.



Exemple

Sur la droite graduée ci-dessus :

- Le point A a pour abscisse 3 ; la distance à zéro de 3 est 3.
- Le point B a pour abscisse -2 ; la distance à zéro de -2 est 2.
- Le point C a pour abscisse $-3{,}5$; la distance à zéro de $-3{,}5$ est $3{,}5$.

3 - Comparaison de nombres relatifs

Comparaison de nombres relatifs

- Tout nombre **positif** est supérieur à tout nombre **négatif**.
- Si deux nombres sont **positifs**, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à zéro.
- Si deux nombres sont **négatifs**, le plus grand est celui qui a la **plus petite** distance à zéro.

Exemple

- $2{,}5 > -3$ car tout nombre positif est supérieur à tout nombre négatif.
- $1{,}2 < 4{,}63$ car les deux sont positifs et $1{,}2$ a une distance à zéro plus petite.
- $-3{,}5 < -1{,}17$ car les deux sont négatifs et $3{,}5 > 1{,}17$.

Attention

Pour les nombres négatifs, l'ordre est « inversé » par rapport aux distances à zéro : $-100 < -1$ car $100 > 1$. Plus un nombre négatif a une grande distance à zéro, plus il est petit.

Rangement

Ranger dans l'ordre croissant : 3 ; -8 ; -1 ; $2{,}5$; $-4{,}5$; 0.

On classe d'abord les négatifs (du plus petit au plus grand) : $-8 < -4{,}5 < -1$.

Puis 0, puis les positifs : $0 < 2{,}5 < 3$.

Ordre croissant : $-8 < -4{,}5 < -1 < 0 < 2{,}5 < 3$.

4 - Repérage dans le plan

Définition

Un **repère du plan** est formé de deux droites graduées perpendiculaires de même origine :

- l'axe horizontal est l'**axe des abscisses**,
- l'axe vertical est l'**axe des ordonnées**,
- le point d'intersection est l'**origine** du repère.

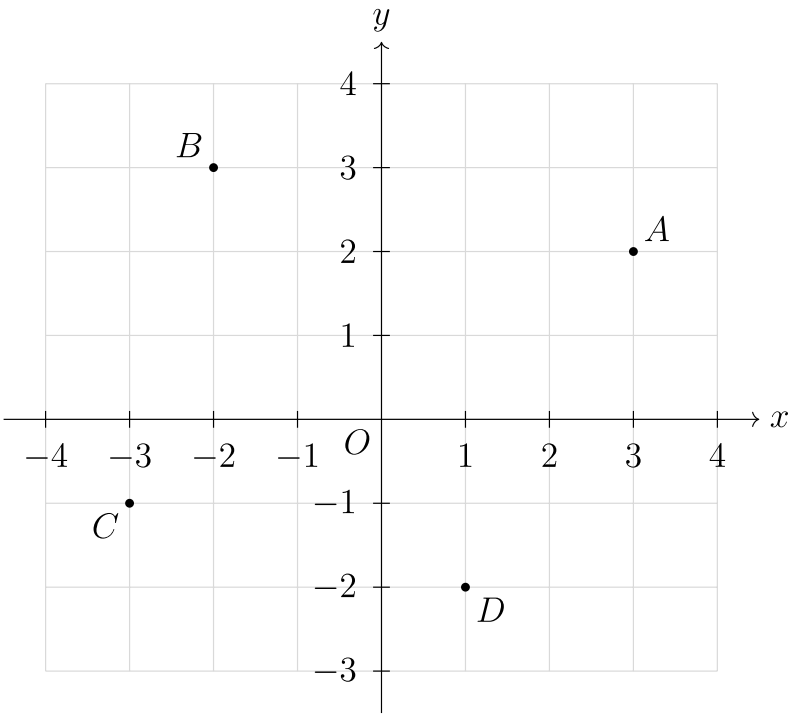
Lorsque les deux axes sont perpendiculaires, le repère est dit **orthogonal**.

Coordonnées d'un point

Dans un repère, chaque point M est repéré par deux nombres relatifs appelés ses **coordonnées** :

- le premier nombre est l'**abscisse** (lu sur l'axe horizontal),
- le second est l'**ordonnée** (lu sur l'axe vertical).

On note $M(x\,;\,y)$ où x est l'abscisse et y l'ordonnée.



Exemple

Sur le repère ci-dessus :

- A a pour coordonnées $(3\,;\,2)$: son abscisse est 3 et son ordonnée est 2.
- B a pour coordonnées $(-2\,;\,3)$.
- C a pour coordonnées $(-3\,;\,-1)$.
- D a pour coordonnées $(1\,;\,-2)$.
- L'origine O a pour coordonnées $(0\,;\,0)$.

Remarque

Pour placer un point dans un repère, on repère d'abord son abscisse sur l'axe horizontal, puis on se déplace verticalement jusqu'à la valeur de l'ordonnée.

5 - Opposé d'un nombre relatif

Définition

Deux nombres relatifs qui ont la **même distance à zéro** et des **signes contraires** sont dits **opposés**.

L'opposé d'un nombre a se note $-a$.

Exemple

- L'opposé de 7 est -7.
- L'opposé de $-3{,}5$ est $3{,}5$.
- L'opposé de 0 est 0.

Propriété

La somme d'un nombre et de son opposé est toujours égale à zéro :

$$a + (-a) = 0$$

Exemple

$5 + (-5) = 0$ et $(-8{,}3) + 8{,}3 = 0$.

Attention

La notation $-a$ ne signifie pas que $-a$ est négatif. Si $a = -2$, alors $-a = -(-2) = 2$, qui est positif.

6 - Addition de nombres relatifs

Addition de deux nombres de même signe

Pour additionner deux nombres relatifs de **même signe** :

- on additionne leurs distances à zéro,
- le résultat prend le **signe commun**.

Exemple

- $(+3)+(+5)=+8$: même signe positif, on additionne $3+5=8$.
- $(-3)+(-5)=-8$: même signe négatif, on additionne $3+5=8$, résultat négatif.

Addition de deux nombres de signes contraires

Pour additionner deux nombres relatifs de **signes contraires** :

- on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande,
- le résultat prend le signe du nombre qui a la **plus grande distance à zéro**.

Exemple

- $(-8)+5=-3$: signes contraires, $8-5=3$, le signe de -8 l'emporte.
- $7+(-4)=3$: signes contraires, $7-4=3$, le signe de 7 l'emporte.
- $(-5{,}6)+3{,}4=-2{,}2$: signes contraires, $5{,}6-3{,}4=2{,}2$, négatif car $5{,}6>3{,}4$.

7 - Soustraction et sommes algébriques

Soustraction de nombres relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé :

$$a - b = a + (-b)$$

Exemple

- $7 - (-4) = 7 + 4 = 11$: soustraire -4 revient à additionner 4.
- $-5 - 2 = -5 + (-2) = -7$: soustraire 2 revient à additionner -2.
- $-9 - (-5) = -9 + 5 = -4$: soustraire -5 revient à additionner 5.

Somme algébrique

On appelle **somme algébrique** la somme de plusieurs nombres relatifs. Une différence est aussi une somme algébrique car soustraire revient à additionner l'opposé.

Calcul d'une somme algébrique

Pour calculer une somme algébrique, on peut :

1. transformer toutes les soustractions en additions,
2. regrouper les termes positifs entre eux et les termes négatifs entre eux,
3. effectuer la somme des deux résultats.

Exemple

Calculer $A = 8 - 9 + 5 - 10 + 7$.

On transforme en somme d'additions :
$A = 8 + (-9) + 5 + (-10) + 7$

On regroupe les termes positifs et négatifs :

$A = (8 + 5 + 7) + ((-9) + (-10))$

$A = 20 + (-19)$

$A = 1$

Attention

Deux erreurs fréquentes :

- Oublier le signe devant un nombre : dans $5 - 8 + 3$, le terme -8 est négatif. Le résultat correct est $(5 + 3) + (-8) = 8 - 8 = 0$.
- Confondre « soustraire un négatif » et « soustraire un positif » : $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$ (le résultat augmente), tandis que $5 - 3 = 2$ (le résultat diminue).

Les questions essentielles

1. Comment comparer deux nombres relatifs ?

Un nombre positif est toujours plus grand qu'un nombre négatif. Entre deux négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro (par exemple $-2 > -7$ car $2 < 7$).

Voir la fiche méthode : Comparer et ranger des nombres relatifs

2. Comment lire ou placer un point dans un repère ?

On lit d'abord l'abscisse (axe horizontal), puis l'ordonnée (axe vertical). Pour placer un point, on repère l'abscisse sur l'axe horizontal puis on se déplace verticalement jusqu'à la valeur de l'ordonnée.

Voir la fiche méthode : Repérer un point dans le plan

3. Comment additionner deux nombres relatifs ?

Si les deux nombres ont le même signe, on additionne les distances à zéro et on garde le signe commun. Si les signes sont contraires, on soustrait les distances à zéro et on prend le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

Voir la fiche méthode : Additionner des nombres relatifs

4. Comment soustraire un nombre relatif ?

Soustraire un nombre revient à additionner son opposé. Par exemple, $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$. On transforme la soustraction en addition, puis on applique les règles d'addition.

Voir la fiche méthode : Soustraire des nombres relatifs

5. Comment calculer une somme algébrique ?

On transforme toutes les soustractions en additions de l'opposé, puis on regroupe les termes positifs entre eux et les termes négatifs entre eux. On additionne ensuite les deux résultats.

Voir la fiche méthode : Calculer une somme algébrique