

Grandeurs : périmètres, aires, volumes

DURÉE ESTIMÉE

25 minutes

🎯 OBJECTIFS DU CHAPITRE

Calculer le périmètre d'une figure

Calculer l'aire d'une figure

Calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre

Convertir des unités d'aire et de volume

Convertir des durées

Objectif général — Grandeurs : périmètres, aires, volumes

1 - Périmètres

📄 Périmètre

Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour.

Périmètre d'un polygone

Le périmètre d'un polygone est la **somme des longueurs de ses côtés**.

Exemple

Un triangle a des côtés de 3 cm, 4 cm et 5 cm.

Son périmètre est : $\mathcal{P} = 3 + 4 + 5 = 12$ cm.

Formules de périmètres

Rectangle de longueur L et de largeur ℓ :

$$\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$$

Carré de côté c :

$$\mathcal{P} = 4 \times c$$

Exemple

Un rectangle a pour longueur $L = 7$ cm et pour largeur $\ell = 3$ cm.

$$\mathcal{P} = 2 \times (7 + 3) = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}$$

Le nombre π

Le rapport entre le périmètre d'un cercle et son diamètre est le même pour tous les cercles. Ce nombre est noté π (« pi »).

$$\pi \approx 3,14$$

Périmètre du cercle

Le périmètre (ou **circonférence**) d'un cercle de rayon r et de diamètre

$d = 2r$ est :

$$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = \pi \times d$$

Exemple

Un cercle a un rayon $r = 5$ cm.

$$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times 5 = 10\pi$$

$$\mathcal{P} \approx 10 \times 3,14 = 31,4 \text{ cm}$$

Attention

Ne pas confondre **rayon** et **diamètre**. Le diamètre est le double du rayon :

$d = 2r$. Si l'énoncé donne le diamètre, utiliser directement la formule

$$\mathcal{P} = \pi \times d.$$

2 - Aires

Aire

L'**aire** d'une figure est la mesure de la surface qu'elle occupe. L'unité d'aire de référence est le **mètre carré** (m^2), qui correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.

Aires du rectangle et du carré

Rectangle de longueur L et de largeur ℓ :

$$\mathcal{A} = L \times \ell$$

Carré de côté c :

$$\mathcal{A} = c^2$$

Exemple

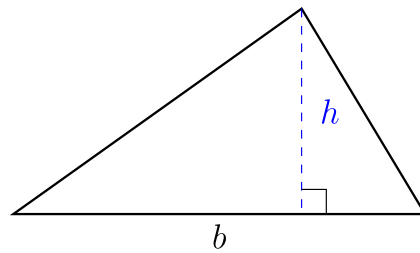
Un rectangle a pour longueur 8 cm et pour largeur 5 cm.

$$\mathcal{A} = 8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$$

Aire du triangle

L'aire d'un **triangle** de base b et de hauteur relative h est :

$$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$$



Exemple

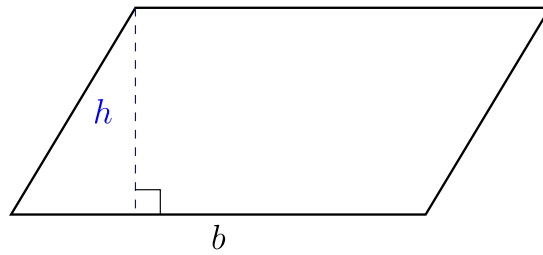
Un triangle a une base $b = 6$ cm et une hauteur relative $h = 4$ cm.

$$\mathcal{A} = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

Aire du parallélogramme

L'aire d'un **parallélogramme** de base b et de hauteur h est :

$$\mathcal{A} = b \times h$$



💡 Exemple

Un parallélogramme a une base $b = 9$ cm et une hauteur $h = 5$ cm.

$$\mathcal{A} = 9 \times 5 = 45 \text{ cm}^2$$

🛡 Aire du disque

L'aire d'un **disque** de rayon r est :

$$\mathcal{A} = \pi \times r^2$$

💡 Exemple

Un disque a un rayon $r = 3$ cm.

$$\mathcal{A} = \pi \times 3^2 = 9\pi$$

$$\mathcal{A} \approx 9 \times 3,14 = 28,26 \text{ cm}^2$$

Remarque

La **hauteur** d'un triangle ou d'un parallélogramme est toujours **perpendiculaire à la base**. Elle ne correspond pas forcément à un côté de la figure.

Attention

- Pour le triangle, ne pas oublier de **diviser par 2**.
- Pour le disque, le rayon est **au carré** : l'aire d'un disque de rayon 3 est 9π (et non 3π).

3 - Volumes

Volume

Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace qu'il occupe. L'unité de volume de référence est le **mètre cube** (m^3), qui correspond au volume d'un cube de 1 m d'arête.

Volume du cube et du pavé droit

Cube d'arête c :

$$V = c^3$$

Pavé droit (parallélépipède rectangle) de longueur L , largeur ℓ et hauteur h :

$$V = L \times \ell \times h$$

Exemple

Un pavé droit a pour dimensions $L = 5$ cm, $\ell = 3$ cm et $h = 4$ cm.

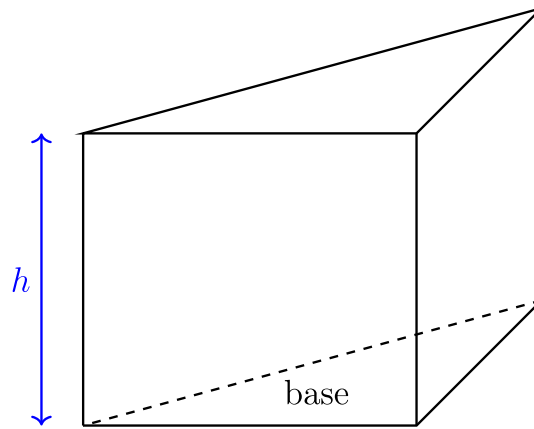
$$V = 5 \times 3 \times 4 = 60 \text{ cm}^3$$

Volume du prisme droit

Le volume d'un **prisme droit** est :

$$V = \text{Aire de la base} \times h$$

où h est la hauteur du prisme (distance entre les deux bases).



💡 Exemple

Un prisme droit a pour base un triangle de base 6 cm et de hauteur 4 cm. La hauteur du prisme est $h = 10$ cm.

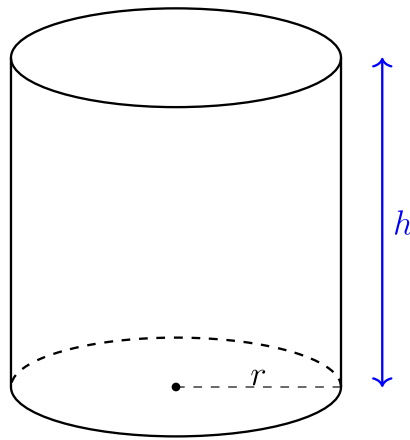
$$\text{Aire de la base : } \mathcal{A} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume : } V = 12 \times 10 = 120 \text{ cm}^3$$

🛡️ Volume du cylindre de révolution

Le volume d'un **cylindre de révolution** de rayon de base r et de hauteur h est :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$



💡 Exemple

Un cylindre a un rayon de base $r = 4$ cm et une hauteur $h = 10$ cm.

$$V = \pi \times 4^2 \times 10 = \pi \times 16 \times 10 = 160\pi$$

$$V \approx 160 \times 3,14 = 502,4 \text{ cm}^3$$

📌 Remarque

Le volume du cylindre est un cas particulier de la formule du prisme droit : la base est un disque d'aire πr^2 .

⚠ Attention

Pour le cylindre, vérifier que l'énoncé donne bien le **rayon** et non le diamètre. Si le diamètre d est donné, calculer d'abord $r = \frac{d}{2}$.

4 - Conversions d'unités

Unités de longueur

Les unités de longueur sont : km, hm, dam, m, dm, cm, mm.

Chaque unité est **10 fois plus grande** que la suivante. On utilise un tableau de conversion avec **une colonne** par unité.

Exemple

$3,45 \text{ m} = 345 \text{ cm}$ (on décale la virgule de 2 rangs vers la droite).

$1,2 \text{ km} = 1\,200 \text{ m}$ (on décale la virgule de 3 rangs vers la droite).

Unités d'aire

Les unités d'aire sont : km^2 , hm^2 , dam^2 , m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 .

Chaque unité est **100 fois plus grande** que la suivante. Dans le tableau de conversion, chaque unité occupe **deux colonnes**.

Exemple

$0,5 \text{ m}^2 = 5\,000 \text{ cm}^2$

En effet : de m^2 à cm^2 , il y a deux rangs, soit $2 \times 2 = 4$ colonnes dans le tableau. On décale la virgule de 4 rangs vers la droite.

Unités de volume et contenances

Les unités de volume sont : km^3 , hm^3 , dam^3 , m^3 , dm^3 , cm^3 , mm^3 .

Chaque unité est **1 000 fois plus grande** que la suivante. Dans le tableau de conversion, chaque unité occupe **trois colonnes**.

La correspondance avec les contenances est :

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

Donc $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$ et $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$.

Exemple

$$3,5 \text{ m}^3 = 3,5 \times 1\,000 = 3\,500 \text{ dm}^3 = 3\,500 \text{ L}$$

$$750 \text{ cm}^3 = 750 \text{ mL} = 0,75 \text{ L}$$

Attention

Le nombre de colonnes dans le tableau de conversion dépend de la grandeur :

- Longueurs : **1** colonne par unité (facteur 10)
- Aires : **2** colonnes par unité (facteur 100)
- Volumes : **3** colonnes par unité (facteur 1 000)

5 - Durées

Unités de durée

Les conversions de durées ne suivent pas le système décimal :

- 1 minute = 60 secondes
- 1 heure = 60 minutes = 3 600 secondes
- 1 jour = 24 heures

Exemple

Convertir 2 h 45 min en minutes.

$$2 \text{ h} = 2 \times 60 = 120 \text{ min}$$

$$\text{Donc } 2 \text{ h } 45 \text{ min} = 120 + 45 = 165 \text{ min.}$$

Exemple

Convertir 245 minutes en heures et minutes.

On effectue la division euclidienne de 245 par 60 :

$$245 = 4 \times 60 + 5$$

$$\text{Donc } 245 \text{ min} = 4 \text{ h } 5 \text{ min.}$$

 **Attention**

Les durées sont en **base 60**, pas en base 10. Par exemple, 2,5 h ne signifie pas 2 h 50 min mais 2 h 30 min (car $0,5 \times 60 = 30$).

1. Comment calculer le périmètre d'un cercle ?

On utilise la formule $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$ (ou $\mathcal{P} = \pi \times d$ si le diamètre est donné). Si l'énoncé donne le diamètre, penser à calculer le rayon en divisant par 2.

Voir la fiche méthode : [Calculer le périmètre d'une figure](#)

2. Comment calculer l'aire d'un triangle ?

On repère la base b et la hauteur h perpendiculaire à cette base, puis on applique $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$. La hauteur ne correspond pas forcément à un côté du triangle.

Voir la fiche méthode : [Calculer l'aire d'une figure](#)

3. Comment calculer le volume d'un cylindre ?

On calcule d'abord l'aire de la base circulaire (πr^2), puis on multiplie par la hauteur h du cylindre : $V = \pi \times r^2 \times h$.

Voir la fiche méthode : [Calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre](#)

4. Comment convertir des unités d'aire ou de volume ?

On utilise un tableau de conversion avec 2 colonnes par unité pour les aires (facteur 100) et 3 colonnes par unité pour les volumes (facteur 1 000). Retenir aussi : $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$.

Voir la fiche méthode : [Convertir des unités d'aire et de volume](#)

5. Comment convertir des durées ?

Les durées sont en base 60. Pour convertir en minutes, on multiplie les heures par 60. Pour le sens inverse, on effectue la division euclidienne par 60 : le quotient donne les heures et le reste les minutes.

Voir la fiche méthode : [Convertir des durées](#)

↓ Télécharger en PDF