

Calcul littéral (initiation)

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

1 - Expressions littérales

Définition

Une **expression littérale** est une expression mathématique qui contient une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Exemple

L'aire \mathcal{A} d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par l'expression littérale :

$$\mathcal{A} = L \times \ell$$

On dit aussi que cette expression est une **formule**.

Un site internet vend des clés USB à 4 euros l'unité et facture la livraison 3 euros. Le prix à payer P dépend du nombre n de clés achetées :

$$P = 4 \times n + 3$$

Conventions d'écriture

Dans une expression littérale, on peut **supprimer le signe \times** lorsqu'il est placé :

- devant ou derrière une lettre ;
- devant ou derrière une parenthèse.

Exemple

- $4 \times a = 4a$
- $a \times 4 = 4a$ (on place le nombre devant la lettre)
- $b \times c = bc$
- $5 \times (x + 4) = 5(x + 4)$

L'expression du prix des clés USB s'écrit donc : $P = 4n + 3$.

Attention

On ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres : $4 \times 5 \neq 45$.

Cas particuliers

Pour tout nombre a :

- $1 \times a = a$ (on n'écrit pas $1a$ mais a)
- $0 \times a = 0$
- $a \times a = a^2$ (se lit « a au carré »)
- $a \times a \times a = a^3$ (se lit « a au cube »)

Exemple

- $x \times x = x^2$
- $3 \times x \times x = 3x^2$ (se lit « $3 x$ au carré »)
- $5 \times 5 = 5^2 = 25$
- $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

2 - Calculer la valeur numérique d'une expression

Définition

Calculer la valeur numérique d'une expression littérale, c'est remplacer chaque lettre par le nombre donné, puis effectuer les calculs en respectant les priorités opératoires.

Exemple

On veut calculer l'aire d'un rectangle de longueur $L = 6$ cm et de largeur $\ell = 4$ cm.

On remplace L par 6 et ℓ par 4 dans la formule $\mathcal{A} = L \times \ell$:

$$\mathcal{A} = 6 \times 4$$

$$\mathcal{A} = 24$$

L'aire du rectangle est 24 cm².

Exemple

On veut calculer le prix à payer pour $n = 5$ clés USB, sachant que

$$P = 4n + 3.$$

On remplace n par 5 :

$$P = 4 \times 5 + 3$$

$$P = 20 + 3$$

$$P = 23$$

Il faudra payer 23 euros pour 5 clés USB.

Remarque

Lorsqu'on remplace une lettre par sa valeur, il faut **remettre le signe** \times qui avait été supprimé par convention.

Par exemple, dans $4n + 3$, on écrit bien $4 \times 5 + 3$ et non $45 + 3$.

Exemple

Calculer $E = 3x^2 + 1$ pour $x = 2$.

On remplace x par 2 :

$$E = 3 \times 2^2 + 1$$

$$E = 3 \times 4 + 1$$

$$E = 12 + 1$$

$$E = 13$$

Attention

Lors du calcul de la valeur numérique, il faut respecter les **priorités opératoires** : les puissances d'abord, puis les multiplications et divisions, et enfin les additions et soustractions.

3 - Tester une égalité

Définition

Une **égalité** est constituée de deux expressions séparées par le signe = :

- l'expression située à gauche du signe = est le **membre de gauche** ;
- l'expression située à droite du signe = est le **membre de droite**.

Une égalité est **vraie** lorsque les deux membres ont la même valeur.

Propriété

Lorsqu'une égalité contient des lettres, elle peut être **vraie** pour certaines valeurs des lettres et **fausse** pour d'autres.

Exemple

On considère l'égalité $x + 2 = 8$.

- Si $x = 6$: le membre de gauche vaut $6 + 2 = 8$ et le membre de droite vaut 8. Les deux membres sont égaux, donc l'égalité est **vraie** pour $x = 6$.

- Si $x = 9$: le membre de gauche vaut $9 + 2 = 11$ et le membre de droite vaut 8. Les deux membres ne sont pas égaux, donc l'égalité est **fausse** pour $x = 9$.

🕒 Tester une égalité pour une valeur donnée

Pour tester si une égalité est vraie pour une valeur donnée :

1. Calculer la valeur numérique du **membre de gauche** en remplaçant la lettre par le nombre donné.
2. Calculer la valeur numérique du **membre de droite** de la même façon.
3. Comparer les deux résultats et conclure.

💡 Exemple

Tester l'égalité $2x - 3 = x + 2$ pour $x = 5$.

Membre de gauche :

$$2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$$

Membre de droite :

$$5 + 2 = 7$$

Les deux membres ont la même valeur 7, donc l'égalité $2x - 3 = x + 2$ est **vraie** pour $x = 5$.

Exemple

Tester l'égalité $2x - 3 = x + 2$ pour $x = 8$.

Membre de gauche :

$$2 \times 8 - 3 = 16 - 3 = 13$$

Membre de droite :

$$8 + 2 = 10$$

Les deux membres n'ont pas la même valeur ($13 \neq 10$), donc l'égalité

$2x - 3 = x + 2$ est **fausse** pour $x = 8$.

4 - Réduire une expression

Définition

Des termes qui contiennent la **même partie littérale** (la même lettre, au même exposant) sont appelés **termes semblables**.

Réduire une expression, c'est regrouper et additionner les termes semblables.

Exemple

- $5x$ et $3x$ sont des termes semblables (même partie littérale x).
- $4a$ et $7b$ ne sont pas des termes semblables (parties littérales différentes).

- 5 et 3 sont des termes semblables (ce sont des constantes, sans lettre).

Réduction de termes semblables

Pour tous nombres a et b , et pour toute lettre x :

$$ax + bx = (a + b)x$$

Exemple

Réduire les expressions suivantes :

- $5x + 3x = 8x$
- $7a - 2a = 5a$
- $9y + y = 10y$ (car $y = 1y$)

Exemple

Réduire $A = 3x + 5 + 2x + 1$.

On regroupe les termes semblables :

$$A = 3x + 2x + 5 + 1$$

$$A = 5x + 6$$

Exemple

Réduire $B = 4a + 3b + 2a + b$.

On regroupe les termes en a et les termes en b :

$$B = 4a + 2a + 3b + b$$

$$B = 6a + 4b$$

Attention

On ne peut additionner que des termes semblables. L'expression $3x + 2y$ ne peut pas se réduire davantage car x et y sont des parties littérales différentes.

De même, $5x + 3$ ne peut pas se simplifier car $5x$ (terme en x) et 3 (constante) ne sont pas semblables.

1. Comment écrire une expression littérale ?

Repérer les grandeurs qui varient, leur associer une lettre, puis traduire les opérations décrites dans l'énoncé. Simplifier l'écriture en supprimant le signe \times devant les lettres et les parenthèses.

Voir la fiche méthode : [Écrire une expression littérale](#) ↗

2. Comment calculer la valeur numérique d'une expression ?

Remplacer chaque lettre par le nombre donné, remettre les signes \times supprimés, puis effectuer les calculs en respectant les priorités opératoires.

Voir la fiche méthode : [Calculer la valeur numérique d'une expression](#) ↗

3. Comment tester si une égalité est vraie ?

Calculer séparément le membre de gauche et le membre de droite pour la valeur donnée, puis comparer les deux résultats.

Voir la fiche méthode : [Tester une égalité](#) ↗

4. Comment réduire une expression littérale ?

Repérer les termes semblables (ceux qui ont la même partie littérale), les regrouper, puis additionner leurs coefficients.

Voir la fiche méthode : [Réduire une expression littérale](#) ↗