ANGLES ET PARALLÉLISME

COURS

Angles et parallélisme

DURÉE ESTIMÉE

20 minutes

OBJECTIFS DU CHAPITRE

- Calculer un angle complémentaire ou supplémentaire
- Reconnaître les paires d'angles
- Calculer le troisième angle d'un triangle
- Démontrer que deux droites sont parallèles

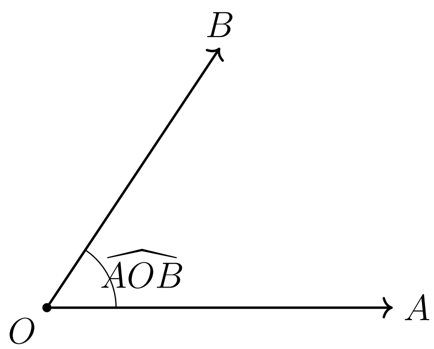
1 - Vocabulaire et mesure des angles

Définition

Un **angle** est une portion du plan délimitée par deux demi-droites de même origine.

- Le point commun aux deux demi-droites est le **sommet** de l'angle.
- Les deux demi-droites sont les **côtés** de l'angle.

L'angle de sommet O et de côtés $[OA)$ et $[OB)$ se note $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$.



Classification des angles

On classe les angles selon leur mesure :

- Un **angle nul** mesure 0°.
- Un **angle aigu** a une mesure strictement comprise entre 0° et 90°.
- Un **angle droit** mesure exactement 90°.
- Un **angle obtus** a une mesure strictement comprise entre 90° et 180°.
- Un **angle plat** mesure exactement 180°.

Exemple

Un angle de 42° est un angle **aigu** (entre 0° et 90°).

Un angle de 135° est un angle **obtus** (entre 90° et 180°).

Mesure au rapporteur

L'unité de mesure des angles est le **degré**, noté °. On utilise un **rapporteur** pour mesurer ou tracer un angle.

Pour mesurer un angle $\widehat{AOB}$:

1. Placer le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.
2. Aligner le zéro d'une des graduations sur l'un des côtés.
3. Lire la mesure sur cette graduation où passe l'autre côté.

Attention

Le rapporteur possède deux graduations (intérieure et extérieure). Il faut repérer celle qui part de 0° sur le côté choisi pour ne pas lire le mauvais angle.

2 - Angles adjacents, complémentaires et supplémentaires

Angles adjacents

Deux angles sont **adjacents** lorsqu'ils ont :

- le même sommet,
- un côté commun,
- et qu'ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Exemple

Trois demi-droites $[OA)$, $[OB)$ et $[OC)$ partent du même point O, avec $[OB)$ entre $[OA)$ et $[OC)$. Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont adjacents : même sommet O, côté commun $[OB)$, situés de part et d'autre de $[OB)$. On a alors $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC}$.

Angles complémentaires

Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 90°.

Exemple

Les angles de mesures 35° et 55° sont complémentaires car $35 + 55 = 90$.
L'angle complémentaire d'un angle de 62° mesure $90 - 62 = 28^\circ$.

Angles supplémentaires

Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 180°.

Exemple

Les angles de mesures 120° et 60° sont supplémentaires car $120 + 60 = 180$.
L'angle supplémentaire d'un angle de 47° mesure $180 - 47 = 133^\circ$.

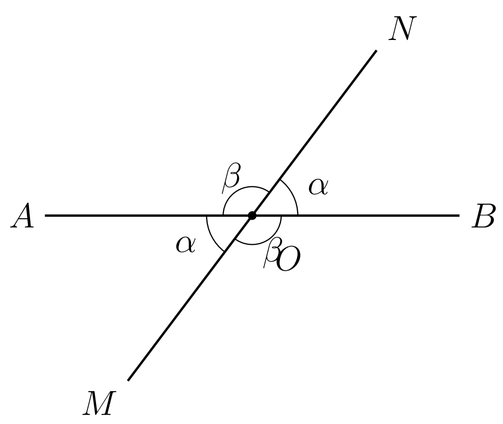
Attention

Ne pas confondre **complémentaires** (somme = 90°) et **supplémentaires** (somme = 180°). Retenir : dans l'ordre alphabétique, **C**omplémentaire vient avant **S**upplémentaire, comme 90 vient avant 180.

3 - Angles opposés par le sommet

Définition

Deux angles sont **opposés par le sommet** lorsqu'ils sont formés par deux droites sécantes et qu'ils ne sont pas adjacents.



Propriété

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

Exemple

Sur la figure ci-dessus, les droites (AB) et (MN) se coupent en O. Les angles $\widehat{BON}$ et $\widehat{AOM}$ sont opposés par le sommet : ils ont la même mesure α. Les angles $\widehat{NOA}$ et $\widehat{MOB}$ sont aussi opposés par le sommet : ils ont la même mesure β.

Si $\alpha = 53^\circ$, alors $\beta = 180 - 53 = 127^\circ$ (car α et β sont supplémentaires).

Remarque

Deux angles adjacents formés par deux droites sécantes sont toujours supplémentaires (leur somme vaut 180°).

4 - Angles formés par deux droites parallèles et une sécante

Angles alternes-internes

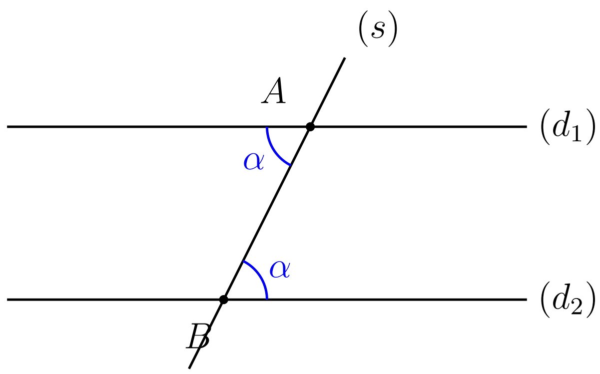
Deux droites (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante (s) en deux points A et B. Deux angles sont **alternes-internes** lorsqu'ils :

- ont pour sommets A et B (un angle en chaque point d'intersection),
- sont situés de part et d'autre de la sécante (s),
- sont situés entre les deux droites (d_1) et (d_2).

Angles correspondants

Avec les mêmes notations, deux angles sont **correspondants** lorsqu'ils :

- ont pour sommets A et B,
- sont situés du même côté de la sécante (s),
- sont dans la même position par rapport à leur droite (tous les deux au-dessus ou tous les deux en dessous).



Sur la figure, les angles α en A et en B forment une paire d'angles alternes-internes : ils sont entre les deux droites, de part et d'autre de la sécante.

Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les **angles alternes-internes** ont la même mesure.

Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les **angles correspondants** ont la même mesure.

Exemple

Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. La sécante (s) les coupe en A et B.

Un angle alterne-interne en B mesure 55°.

Comme (d_1) et (d_2) sont parallèles, l'angle alterne-interne en A a la même mesure : il vaut aussi 55°.

Réciproque

Si deux droites sont coupées par une sécante en formant des angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont **parallèles**. Cette propriété fonctionne aussi avec les angles correspondants.

Exemple

Deux droites (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante. On mesure deux angles alternes-internes : ils valent tous les deux 72°.
Comme ces angles alternes-internes ont la même mesure, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

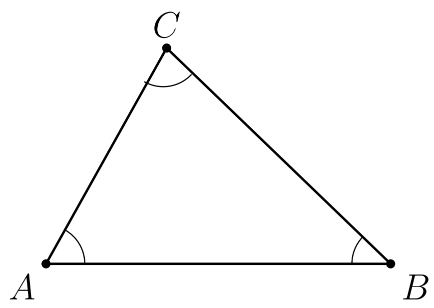
Attention

Pour appliquer ces propriétés, il faut d'abord vérifier que les angles considérés sont bien alternes-internes (ou correspondants). Des angles quelconques formés par une sécante ne sont pas nécessairement égaux.

5 - Somme des angles d'un triangle

Somme des angles d'un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est toujours égale à 180°.



Exemple

Dans le triangle ABC, on sait que $\widehat{BAC} = 50^\circ$ et $\widehat{ABC} = 70^\circ$. Calculer $\widehat{BCA}$.

La somme des angles vaut 180° :

$\widehat{BCA} = 180 - 50 - 70$

$\widehat{BCA} = 60^\circ$

Exemple

Dans le triangle DEF, on sait que $\widehat{DEF} = 42^\circ$ et $\widehat{EFD} = 103^\circ$. Calculer $\widehat{FDE}$.

$\widehat{FDE} = 180 - 42 - 103$

$\widehat{FDE} = 35^\circ$

Exemple

Dans un triangle rectangle en A, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 32°. Calculer $\widehat{BCA}$.

Le triangle est rectangle en A, donc $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

$\widehat{BCA} = 180 - 90 - 32$

$\widehat{BCA} = 58^\circ$

Attention

Si la somme des deux angles connus dépasse 180°, c'est qu'il y a une erreur dans les données ou le calcul. La mesure de chaque angle d'un triangle est toujours strictement positive.

Les questions essentielles

1. Comment calculer un angle complémentaire ou supplémentaire ?

L'angle complémentaire d'un angle de mesure a vaut $90 - a$ et l'angle supplémentaire vaut $180 - a$.

Voir la fiche méthode : Calculer un angle complémentaire ou supplémentaire

2. Comment utiliser les angles alternes-internes avec des droites parallèles ?

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les angles alternes-internes (et les angles correspondants) ont la même mesure. Repérer la paire d'angles, puis reporter la mesure connue.

Voir la fiche méthode : Calculer un angle à l'aide de droites parallèles

3. Comment calculer le troisième angle d'un triangle ?

La somme des trois angles vaut 180°. Soustraire la somme des deux angles connus de 180 pour obtenir le troisième.

Voir la fiche méthode : Calculer le troisième angle d'un triangle

4. Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?

Montrer que deux angles alternes-internes (ou correspondants) formés par ces droites et une sécante ont la même mesure. La réciproque de la propriété permet alors de conclure que les droites sont parallèles.

Voir la fiche méthode : Démontrer que deux droites sont parallèles

Télécharger en PDF