

QCM SUITES – BAC ES/L CENTRES ÉTRANGERS 2013

- 1) La valeur de U_1 est 36200.
- 2) La suite (V_n) est géométrique de raison 0,875.
- 3) La suite (U_n) a pour limite 9600.
- 4) L'algorithme permet d'obtenir le plus petit rang n pour lequel on a $U_n \leq 10000$.
- 5) La valeur affichée est 33.

JUSTIFICATIONS

Même si elles ne sont pas demandées, elles peuvent aider les élèves ayant des difficultés avec cet exercice.

1) $U_1 = 0,875 \times U_0 + 1200 = 0,875 \times 40000 + 1200 = 36200$.

2) $V_n = U_n - 9600$ et $V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$.

En remplaçant U_{n+1} par $0,875 \times U_n + 1200$ dans l'expression de V_{n+1} , on obtient :

$$V_{n+1} = 0,875 \times U_n - 8400 = 0,875 \times U_n - 0,875 \times 9600 = 0,875(U_n - 9600) = 0,875 \times V_n.$$

D'où : $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 0,875$.

3) De ce qui précède on peut écrire $V_0 = U_0 - 9600 = 40000 - 9600 = 30400$ et

$$V_n = V_0 \times 0,875^n = 30400 \times 0,875^n.$$

Puisque $0,875 < 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (V_n) = 0$. Et comme $U_n = V_n + 9600$, on en déduit que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n) = 9600.$$

4) Le tableau suivant montre le fonctionnement de l'algorithme pour quelques étapes :

N	U	$U > 10000 ?$	$N = N + 1$	$U = 0,875U + 1200$
0	40000	vrai	1	36200
1	36200	vrai	2	32875
2	32875	vrai	3	29965,625
...
31	10084,31	vrai	32	10023,77
32	10023,77	vrai	33	9970,19
33	9970,19	faux	$N = 33$	

L'algorithme s'arrête dès que $U \leq 10000$ et affiche la valeur de N pour laquelle ceci se produit.

5) La valeur de N qui s'affiche est 33.