

# NOMBRES COMPLEXES ET PROBABILITÉS

1) Les résultats  $(a ; b)$  possibles et les valeurs de  $\alpha$  correspondantes sont données dans le tableau I ci-dessous :

TABLEAU I

$(a ; b)$	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(2 ; 1)	(2 ; 3)	(3 ; 1)	(3 ; 2)
$\alpha$	$\frac{1}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$	$\frac{1}{2}e^{i\pi}$	$e^{i\frac{\pi}{3}}$	$e^{i\pi}$	$\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$	$\frac{3}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$
$z_0$	$2e^{i\frac{\pi}{6}}$					
$z'_0 = \alpha z_0$	$e^{i\frac{5\pi}{6}}$	$e^{i\frac{7\pi}{6}}$	$2e^{i\frac{\pi}{2}}$	$2e^{i\frac{7\pi}{6}}$	$3e^{i\frac{\pi}{2}}$	$3e^{i\frac{5\pi}{6}}$
$ z'_0 $	1	1	2	2	3	3
$\arg(z'_0)$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$
$X =$	1	1	2	2	3	3
$p(X)$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

2) Soit  $A$  le point d'affixe  $z_0 = \sqrt{3} + i$ . Sous la forme exponentielle,  $z_0$  s'écrit :  $z_0 = re^{i\theta}$  avec :

$$r = |z_0| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1} = 2$$

$$\cos(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et } \sin(\theta) = \frac{1}{2}, \text{ soit } \arg(z_0) = \theta = \frac{\pi}{6} \text{ modulo}(2\pi).$$

$$\text{D'où } z_0 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

Soit  $A'$  le point d'affixe  $z'_0 = \alpha z_0$ . Les notations exponentielles, les modules et les arguments de  $z'_0$  suivant les valeurs de  $(a ; b)$  sont donnés dans le Tableau I.

3)  $O, A$  et  $A'$  sont alignés si  $\arg(z_0) = \arg(z'_0) + k\pi$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ , soit :

$$\arg(z'_0) = \arg(z_0) + k\pi = \theta + k\pi = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Dans le Tableau I ceci se vérifie pour  $\arg(z'_0) = \frac{7\pi}{6}$  ( $k = 1$ ),

et correspond à deux événements possibles : (1 ; 3) et (2 ; 3).

$$\text{On a donc } p(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$z'_0$  est un imaginaire pur pour :  $\arg(z'_0) = \frac{\pi}{2} + k\pi$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ .

Dans le Tableau I ceci correspond à deux événements possibles : (2 ; 1) et (3 ; 1).

$$\text{On a donc } p(E_2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

4) La loi de probabilité de  $X$  est donnée dans le Tableau I. Son espérance mathématique est 2.