

ETUDE D'UNE FONCTION TRIGONOMETRIQUE

Soit f définie sur $I = [0 ; \pi]$ par $f(x) = x \cos(x) - \sin(x)$.

1) $f'(x) = \cos(x) - x \sin(x) - \cos(x) = -x \sin(x)$

2) En remarquant que $f(\pi) = -\pi$, on peut dresser le tableau de variations de f sur I :

x	0		π
$-x$	0	-	$-\pi$
$\sin(x)$	0	+	0
$f'(x)$	0	-	0
$f(x)$	0		

3) Le tableau ci-dessus montre que f est monotone décroissante sur I et varie de 0 à $-\pi$ sur cet intervalle. En observant que $-\pi < -1 < 0$, on conclut que f prend la valeur -1 une fois et une seule (théorème des valeurs intermédiaires) sur I .

NB. La solution dans I de l'équation $f(x) = -1$ est $x = \frac{\pi}{2}$.