

DÉMOGRAPHIE : UTILISATION D'UNE SUITE ANNEXE

PARTIE A

1) $u_1 = u_0 + \frac{5}{100}u_0 + 4000 = 1,05u_0 + 4000 = 1,05 \times 100000 + 4000 = 109000$.

De la même façon, on calcule $u_2 = 118450$.

2) $u_{n+1} = u_n + \frac{5}{100}u_n + 4000 \Rightarrow u_{n+1} = 1,05 \times u_n + 4000$.

3) Pour tout $n \in \mathbf{N}$, on pose $v_n = u_n + 80000$.

3.a) $v_0 = u_0 + 80000 = 180000$.

3.b) $v_{n+1} = u_{n+1} + 80000 = 1,05u_n + 4000 + 80000 = 1,05(u_n + 80000) = 1,05v_n$, d'où $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 1,05$, ce qui démontre que la suite (v_n) est géométrique de raison 1,05 et de premier terme $v_0 = 180000$.

3.c) On a alors $v_n = 180000 \times 1,05^n$, et on en déduit que $u_n = v_n - 80000 = 180000 \times 1,05^n - 80000$.

3.d) Puisque $1,05 > 1$, on calcule que $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = +\infty$.

PARTIE B

1) En 2020, ce qui correspond à $n = 15$, on aura $u_{15} = 180000 \times 1,05^{15} - 80000 = 294207$ habitants dans la ville.

2) On trouve avec la calculatrice que $u_9 = 199239$ et $u_{10} = 213201$.
C'est donc en 2015 que la population aura dépassé 200000 habitants.