

Une entreprise fabrique des objets dont le coût de production s'exprime en fonction de la quantité q par :
 $C(q) = q^3 - 450q^2 + 3000q + 10000$

Le coût marginal pour une quantité q produite est égal au coût de fabrication d'une unité supplémentaire : $C_m(q) = C(q + 1) - C(q)$

1. Calculer le coût marginal $C_m(q)$

$$\begin{aligned} C_m(q) &= C(q + 1) - C(q) \\ &= [(q + 1)^3 - 450(q + 1)^2 + 3000(q + 1) + 10000] - [q^3 - 450q^2 + 3000q + 10000] \\ &= [(q + 1)^2(q + 1) - 450(q + 1)^2 + 3000q + 3000 + 10000] - q^3 + 450q^2 - 3000q - 10000 \\ &= (q + 1)^2(q + 1 - 450) + 3000q + 3000 + 10000 - q^3 + 450q^2 - 3000q - 10000 \\ &= (q^2 + 2q + 1)(q - 449) - q^3 + 450q^2 + 3000 \\ &= q^3 + 2q^2 + q - 449q^2 - 898q - 449 - q^3 + 450q^2 + 3000 \\ \Leftrightarrow C_m(q) &= 3q^2 - 897q + 2551 \end{aligned}$$

2. Calculer $C'(q)$.

$$\begin{aligned} C'(q) &= 3q^2 - (2 \times 450q) + 3000 \\ \Leftrightarrow C'(q) &= 3q^2 - 900q + 3000 \end{aligned}$$

3. a. Calculer $E(q) = C'(q) - C_m(q)$

$$\begin{aligned} E(q) &= 3q^2 - 900q + 3000 - (3q^2 - 897q + 2551) \\ &= 3q^2 - 900q + 3000 - 3q^2 + 897q - 2551 \\ \Leftrightarrow E(q) &= -3q + 449 \end{aligned}$$

b. A partir de combien d'unités produites cette erreur est-elle inférieure à 0,01 ?

$$\begin{aligned} E(q) &< 0,01 \\ \Leftrightarrow -3q + 449 &< 0,01 \\ \Leftrightarrow -3q &< 0,01 - 449 \\ \Leftrightarrow -3q &< -448,99 \\ \Leftrightarrow -q &< -\frac{448,99}{3} \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow q > 149,66$. L'erreur est inférieure à 0.01 à partir de 150 unités produites